Дата: **28.01.2021**

Группа: **20-ПСО-2д**

Наименование дисциплины: **Математика**

Тема: **Вычисление площадей с помощью интегралов**

Понятие определенного интеграла является одним из основных понятий математики. К концу 17 в. Ньютоном и Лейбницем был создан аппарат дифференциального и интегрального исчисления, который составляет основу математического анализа.

На предыдущих занятиях мы научились вычислять определенные интегралы. Но гораздо важнее применение определенного интеграла. Мы знаем, что с его помощью можно вычислять площади криволинейных трапеций. Сегодня мы ответим на вопрос: “Как это сделать?”

Дайте определение каждому элементу содержания темы.

*1.Интеграл*

*2.Определенный интеграл*

*3.Формула Ньютона-Лейбница*

*4.Геометрический смысл определенного интеграла*

*5.Криволинейная трапеция*

*6.Площадь криволинейной трапеции*

2) Дайте определение каждому элементу содержания темы.

3) Какие еще знания необходимы для успешного вычисления интегралов и площадей фигур?

Формула Ньютона-Лейбница… Откуда взялась эта формула? Ответ на этот вопрос узнаем из исторической справки.

Интеграл, интегрирование, интеграция… Однокоренные слова, к тому же вышедшие за пределы математики и ставшие почти обиходными. В газетах читаем об интеграции наук, культур, в политике и экономике ведут речь об интегральных процессах. Любопытно, что идеи интегрального исчисления возникли задолго до появления идей дифференциального исчисления. Греческие математики Эвдокс и Архимед (4;3 века до нашей эры) для решения задач вычисления площадей и объемов придумали разбивать фигуру на бесконечно большое число бесконечно малых частей и искомую площадь вычисляли как сумму площадей полученных элементарных кусочков.

Символ интеграла введен Г. Лейбницем в 1675 г. Этот знак является изменением латинской буквы «S» (первой буквы слова «сумма»). Само слово «интеграл» придумал в 1690 г. Я. Бернулли. Вероятно, оно происходит от латинского «integero», которое переводится как «приводить в прежнее состояние, восстанавливать». Действительно, операция интегрирования «восстанавливает» функцию, дифференцированием которой была получена подынтегральная функция. В ходе переписки И. Бернулли и Г. Лейбниц согласились с предложением Я.Бернулли , и с 1696 г. появилось название новой ветви математики –«интегральное исчисление». Понятие «неопределенный интеграл» выделил Г.Лейбниц, а «определенный интеграл» ввел К. Фурье. Связь операций дифференцирования и интегрирования независимо друг от друга установили И.Ньютон и Г.Лейбниц.»

Определенный интеграл служит для вычисления площадей криволинейных трапеций. Но на практике чаще встречаются фигуры, которые таковыми не являются и нам необходимо научиться находить площади именно таких фигур.

Обратите внимание на экран. Что изображено на рисунке слева? Справа?

Плоская фигура - это фигура ограниченная прямыми x = a, x = b и графиками непрерывных функций y = f(x), y = g(x), причем на отрезке [a; b] выполняется неравенство g(x)< f(x).

Как можно вычислить площадь этой фигуры?

Итак, площадь S фигуры, ограниченной прямыми x = a, x = b и графиками функций y = f(x),

y = g(x), непрерывных на отрезке [a; b] и таких, что для всех х из отрезка [a; b]выполняется неравенство g(x) < f(x), вычисляется по формуле:

S=

Сформулируем и запишем алгоритм нахождения площадей плоских фигур*:*

1.Построить графики данных линий. Определить искомую фигуру.

2.Найти пределы интегрирования.

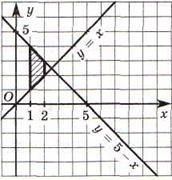
3.Записать площадь искомой фигуры с помощью определенного интеграла.

4.Вычислить полученный интеграл.

Рассмотрим, как при решении практических заданий используется этот алгоритм

**Пример: Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями y = x, y = 5 – x, x = 1, x = 2.** *(слайд 8)*

Решение: Построим на координатной плоскости графики функций y = x, y = 5 – x, x = 1, x = 2. Заштрихуем площадь фигуры, площадь которой надо найти.



Воспользовавшись формулой , получим

S=

Ответ: S = 2.

IV. Применение знаний, формирование умений

А) Вычислить площадь фигуры, ограниченной прямой y = x – 2 и параболой y = x2 – 4x + 2*. (слайд 9)*

Решение:

Построим прямую y = x – 2 по точкам, например (2; 0) и (0; -2).

Для построения параболы найдем координаты вершины по формулам ;

Xb=- yв = y(xв). Имеем: x=2 y=-2

Значит, вершиной параболы служит точка (2; -2). Возьмем пару дополнительных точек, например (0; 2), (4; 2) и построим график данной квадратичной функции.

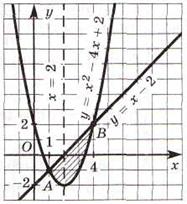
Найдем абсциссы точек пересечения прямой и параболы, для чего решим уравнение

X2 – 4х + 2 = х – 2

Находим последовательно: х2 – 5х + 4 = 0;

х1 = 1; х2 = 4.

Фигура, площадь которой надо найти, ограничена линиями y = x2 – 4x + 2 (снизу) и y = x – 2 (сверху). С боков эта фигура ограничена прямыми х = 1 и х = 4.



Для вычисления площади фигуры можно применить изученную сегодня формулу. Тогда площадь данной фигуры:

S= Ответ: S = 4,5.

Самостоятельная работа

Справа - решённое задание, слева - необходимо решить аналогичную задачу.

С помощью интеграла вычисли площадь фигуры, ограниченную линиями

|  |  |
| --- | --- |
| у= х2  и у = 4 | у= х2  и у = 1 |
| Решение: | Решение: |
| 1. Построим фигуру: |  |
| 2.Найдём пределы интегрирования:  х2 = 4  х = 2 или х = -2 |  |
| S= |  |

Что сегодня изучили на уроке?

Как вычисляется площадь плоской фигуры?

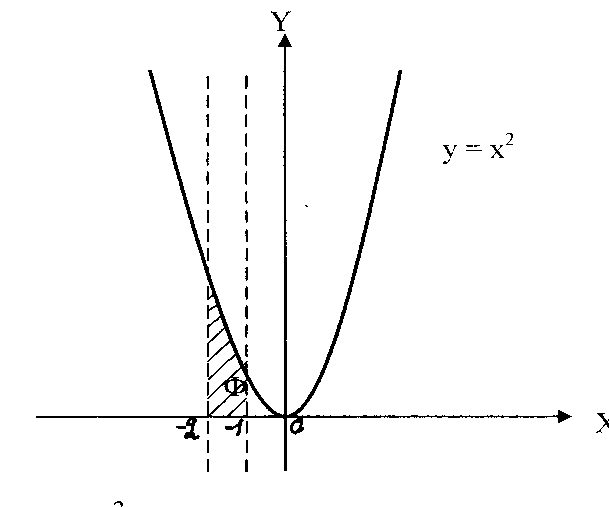
Сформулируйте основные шаги вычисления площади криволинейной трапеции и плоскойфигуры.

Домашнее задание:

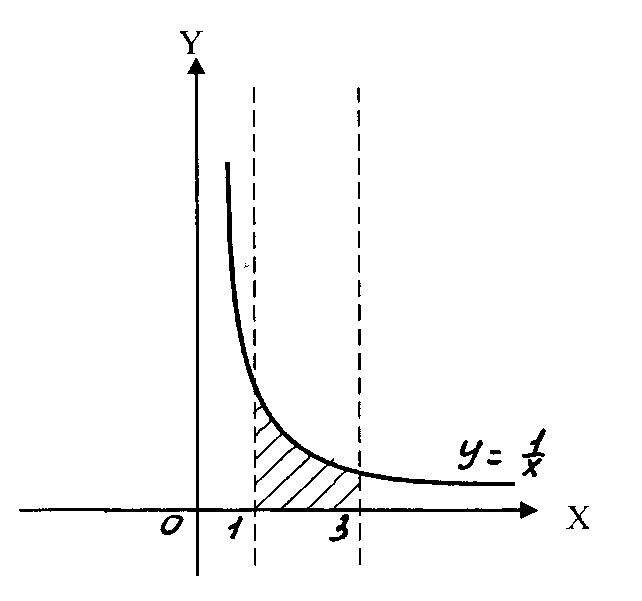
1.Вычислить интеграл а) , б)

2.

а) Найдите площадь данной фигуры с помощью интеграла:



б). Найдите площадь данной фигуры с помощью интеграла:



Преподаватель Науразова Л.А