Дата: 07.12.2020г.

Группа: 19-ИСиП-2д

Наименование дисциплины/МДК: Элементы высшей математики

Тема: ПЗ № 5. Вычисление двойного интеграла

**Краткая теория**

Понятие двойного интеграла

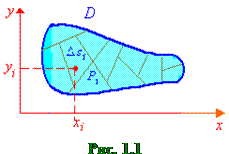
Определение: Двойной интеграл представляет собой обобщение понятия определенного интеграла на случай функции двух переменных. В этом случае вместо отрезка интегрирования будет присутствовать какая-то плоская фигура.

Двойной интеграл в общем виде записывается следующим образом:

https://fsd.multiurok.ru/html/2020/03/20/s_5e7528186a28d/1388901_1.png , где https://fsd.multiurok.ru/html/2020/03/20/s_5e7528186a28d/1388901_2.png – знак двойного интеграла;  
D – область интегрирования (плоская фигура);

f(x;y) – подынтегральная функция двух переменных;  
dx, dy  – элементы площади интегрирования.

Пусть *D* – некоторая замкнутая ограниченная область, а *f*(*x,y*) – произвольная функция, определенная и ограниченная в этой области. Будем предполагать, что границы области *D* состоят из конечного числа кривых, заданных уравнениями вида *y*=*f*(*x*) или *x*=g(*y*), где *f*(*x*) и *g*(*y*) – непрерывные функции.

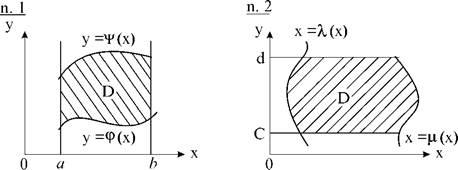


Свойства двойного интеграла

1. Если С – числовая константа, то https://fsd.multiurok.ru/html/2020/03/20/s_5e7528186a28d/1388901_4.png ,
2. https://fsd.multiurok.ru/html/2020/03/20/s_5e7528186a28d/1388901_5.png
3. Если область D  “разбита” на области D1 и D2, то
4. https://fsd.multiurok.ru/html/2020/03/20/s_5e7528186a28d/1388901_6.png .

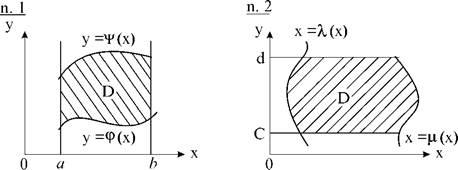
Правила вычисления двойного интеграла

1. Чтобы вычислить двойной интеграл, нужно для начала построить область D в системе координат и определить границы этой области по оси Ох и по оси Оу. Затем выбрать один из видов области интегрирования по правилу 2, подставить в функцию и вычислить двойной интеграл по 3 правилу.
2. Различают два основных вида области интегрирования.
3. Область интегрирования D ограничена слева и справа прямыми х=а и х=b (ab), а снизу и сверху – непрерывными кривыми y=https://fsd.multiurok.ru/html/2020/03/20/s_5e7528186a28d/1388901_7.png и y=https://fsd.multiurok.ru/html/2020/03/20/s_5e7528186a28d/1388901_8.png (https://fsd.multiurok.ru/html/2020/03/20/s_5e7528186a28d/1388901_9.png ).



Для такой области интеграл вычисляется следующим образом https://fsd.multiurok.ru/html/2020/03/20/s_5e7528186a28d/1388901_11.png

1. Область интегрирования D ограничена снизу и сверху прямыми у=с и y=d (cd), а слева и справа – непрерывными кривыми x=https://fsd.multiurok.ru/html/2020/03/20/s_5e7528186a28d/1388901_12.png и y=https://fsd.multiurok.ru/html/2020/03/20/s_5e7528186a28d/1388901_13.png (https://fsd.multiurok.ru/html/2020/03/20/s_5e7528186a28d/1388901_14.png )



Для такой области интеграл вычисляется следующим образом https://fsd.multiurok.ru/html/2020/03/20/s_5e7528186a28d/1388901_16.png

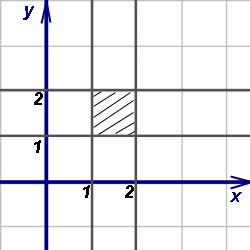
1. При вычислении двойного интеграла сначала вычисляется внутренний интеграл, используя формулу Ньютона-Лейбница, считая одну из переменных постоянным числом:
2. https://fsd.multiurok.ru/html/2020/03/20/s_5e7528186a28d/1388901_17.png здесь х считается постоянным числом.
3. https://fsd.multiurok.ru/html/2020/03/20/s_5e7528186a28d/1388901_18.png здесь у считается постоянным числом.

Затем, вычисляется внешний интеграл также по формуле Ньютона-Лейбница.

Пример1. Вычислить двойной интеграл https://fsd.multiurok.ru/html/2020/03/20/s_5e7528186a28d/1388901_19.png , где

https://fsd.multiurok.ru/html/2020/03/20/s_5e7528186a28d/1388901_20.png

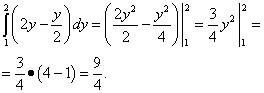
Решение. 1. Строим область интегрирования D

2 . Находим границы области, то есть пределы интегрирования 1xy

3. Выбираем вид области интегрирования https://fsd.multiurok.ru/html/2020/03/20/s_5e7528186a28d/1388901_22.png .

Вычисляем внутренний (правый) интеграл, считая у - числом, которое можно вынести за знак интеграла. Получаем https://fsd.multiurok.ru/html/2020/03/20/s_5e7528186a28d/1388901_23.png .

Теперь вычисляем внешний (левый) интеграл от вычисленного только что внутреннего (правого):



Результат и будет решением данного двойного интеграла.

Ответить на контрольные вопросы:

**Контрольные вопросы:**

1. Что называется, двойным интегралом?
2. Перечислите основные свойства двойного интеграла.
3. На какие виды делится область интегрирования?
4. Каким образом вычисляется двойной интеграл?
5. Что делать с переменной, если она в интеграле не является интегрируемой?

Порядок и методика выполнения заданий:

1. Повторить теоретический материал по теме практического занятия.

2. Оформить решение задач в тетради.

**Задания для практической работы:**

Вычислить двойные итегралы:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| ВАРИАНТ 1 | ВАРИАНТ 2 | |
| если *D* – треугольник, ограниченный прямыми *x=0, y=0, x+y=1*  x=2; x=6; у=1; у=4.  *если D – область, ограниченная линиями , y=1*  4)  *если D – область, ограниченная линиями , x=3, y=0* |  | *если D – треугольник, ограниченный прямыми x=0, y=0, x+y=3*  x=2; x=6; у=1; у=4.  *если D – прямоугольник*  4)  *если D – область, ограниченная линиями , y=x, x=4* |
|  |
|  |  |
|  | |

Преподаватель Х.Ш. Сулиманова