Дата: **16.12.2020**

Группа: **20-ПСО-2д**

Наименование дисциплины: **Математика**

Тема: **Практическое занятие по теме:** «**Вычисление производных»**

**Производная сложной функции.**

Если *у*=ƒ(*и*), *и=φ*(х), то *у*′(*х*)=ƒ′*(и)·φ′* (*х*).

**Производная суммы**.

Если *у*(*х*)=*и*(*х*)+*v* (*х*), то *у′* (*х*)=*и′* (*х*)+*v′* (*х*)

**Производная произведения.**

Если *у(х)=и*(*х*)·*v*(*х*), то *у*′=*и′·v+u·v′.*

В частности, (*с*·*и)′=с*·*и*′, т. е. постоянный множитель выносится из-под знака производной. Легко убедиться, что

(*u2)′=*2*u·u′, (u3)′=3u2·u′, … , (un)′=n·un–1·u′.*

**Производная частного***.*

Если , то .

**Таблица производных**

|  |  |
| --- | --- |
| 1. *(с)′=0* | Для сложной функции: если *и=и(х)*, то: |
| 2. *(х)′=1* |
| 3. *(хα*)′=*α*·*х*α–1, *а* – любое действительное число.  . | 3. |
| 4. (*ах)′=ах·ln а* | 4. |
| 5. (*logax)′=*  *.* | 5. |
| 6. *(sin x)′=cos x* | 6. |
| 7. *(cos x)′= –sin x* | 7. |
| 8. (*tg x)′=* | 8. |
| 9. *(ctg x)′=* | 9. |
| 10. | 10. |
| 11. | 11. |
| 12. | 12. |
| 13. | 13. |

**Рассмотрите примеры**

**Пример 1.**

у=(3–2 sin5x)4 |Применяем формулы производных для *иα*, sin *u*|

y′=4·(3–2·sin5x)3·(3–2sin5x)′=4·(3–2·sin5x)3·(0–2·cos5x·5) = –40·(3–2·sin5x)3.

**Пример 2.**

**. **

**

**Пример 3.**

. 



**Пример 4.**

 



**Пример 5.**

. 



**Экстремум функции**

Исследование функции на экстремум – одно из важнейших приложений производных. Рассмотрим определение минимумов и максимумов, и способы их отыскания.

Пусть функция ƒ(*х*) определена и дифференцируема на некотором множестве и точка *х*0 – точка внутри него.

**Определение.** Функция *ƒ*(*х*) в точке *х*0 имеет **максимум** (минимум), если существует такая окрестность точки *х*0, что для всех *х* из этой окрестности *ƒ*(*х*) < *ƒ*(*х0*) (*ƒ*(*х*) > *ƒ*(*х0*))*.*

Точка *х*0 называется тогда точкой **максимума** (минимума).



Рис. 1.

Показан график функции, которая имеет две точки максимума (*х*1 и *х*3) и две точки минимума (*х*2 и *х*4), причем максимальное значение может оказаться меньше минимального (*ƒ*(*х1*) < *ƒ*(*х*4)). Это подчеркивает тот факт, что мы характеризуем особенность функции только вблизи некоторой точки.

Значения функции в точках максимума и минимума называют экстремальными значениями или **экстремумами**. На приведенном графике видно, что точки экстремума (*х*1, *х*2, *х*3, *х*4) определяют интервалы монотонности функции, в каждом из которых производная сохраняет определенный знак. В точках экстремума, понятно, производная обращается в нуль. Сформулируем теорему о **необходимом условии** **существования экстремума**.

**Теорема.** Если функция *ƒ*(*х*) в точке *х*0 имеет экстремум, то производная функции в этой точке равна нулю, т. е. ƒ′(*х*0)=0.

Заметим сразу, что условие это не является достаточным, т. е. обратное утверждение не всегда верно. Из равенства *ƒ*′(*х*0)*=*0 не обязательно следует, что в точке *х*0 существует экстремум.

Подтверждением тому пример с функцией *ƒ*(*х*)*=х*3.

Найдем *ƒ*′(*х*)*=*3*х*2*.* В точке *х*=0 *ƒ*′(0)=0*.* Но как угодно близко к точке *х*=0 найдем *х*>0, где *ƒ*(*х*)*=х3* > 0*,* найдем *х*<0, где ƒ(*х*)=*х*3<0. Т. е. не существует какая-либо малая окрестность точки *х*=0, где для всех *х* значение функции в точке *х*=0 будет самым большим или самым малым. Поэтому точка *х*=0 не является точкой экстремума.

Можно рассуждать иначе. Так как производная *ƒ′(х)=3х2*, то функция *ƒ(х)=х3* возрастает при любых действительных х и экстремумов не имеет.

Точки, в которых выполняется необходимое условие экстремума *(ƒ′(х)=0)* называются ***критическими***.

Очевидно, что касательная к графику функции в точках, где ƒ*′(х)=0,* параллельна оси абсцисс Ох*.*

**Контрольные вопросы:**

1. Дайте определение максимума (минимума) функции в точке. Что можно сказать о знаке приращения функции в достаточно малой окрестности точки максимума (минимума)?

2. Каковы необходимые условия существования экстремума функции? Каков их геометрический смысл?

3. Каково правило нахождения наибольшего и наименьшего значений функции на отрезке?

4. Дайте определение выпуклости (вогнутости) кривой на промежутке.

5. Каково правило отыскания интервалов выпуклости и вогнутости кривой?

Преподаватель Науразова Л.А