Дата: **08.12.2020**

Группа: **20-ПСО-2д**

Наименование дисциплины/ МДК: **Математика**

Тема: **Способы задания и свойства числовых последовательностей.**

**Способы задания числовой последовательности.**

1. *Аналитический способ.*

Любой n-й элемент последовательности можно определить с помощью формулы.

*Пример 1.* Последовательность чётных чисел: y = 2n.

*Пример 2.* Последовательность квадрата натуральных чисел: y = n2;

1, 4, 9, 16, 25, ..., n2, ... .

*Пример 3.* Стационарная последовательность: y = C;

C, C, C, ...,C, ... .

Частный случай: y = 5; 5, 5, 5, ..., 5, ... .

*Пример 4*. Последовательность y = 2n;

2, 22, 23, 24, ..., 2n, ... .

1. *Словесный способ.*

Правила задания последовательности описываются словами, без указания формул или когда закономерности между элементами последовательности нет.

*Пример 1. Приближения числа* ***π.***

*Пример 2.* Последовательность простых чисел: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, .... .

*Пример 3.* Последовательность чисел делящихся на 5.

*Пример 2.* Произвольный набор чисел: 1, 4, 12, 25, 26, 33, 39, ... .

*Пример 3.* Последовательность чётных чисел 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, ... .

1. *Рекуррентный способ.*

 Рекуррентный способ заключается в том, что указывается правило, позволяющее вычислить n-й член последовательности, если указаны ее несколько первых членов (как минимум один первый член) и формула, позволяющая по предыдущим членам вычислить ее следующий член. Термин ***рекуррентный*** произошло от латинского слова ***recurrere***, что означает ***возвращаться***. При вычислении членов последовательности по этому правилу мы как бы все время возвращаемся назад, вычисляя следующий член на основе предыдущего. Особенностью этого способа является то, что для определения, например, 100-го члена последовательности необходимо сначала определить все предыдущие 99 членов.

*Пример 1****.*** a1=a, an+1=an+0,7. Пусть a1=5, тогда последовательность будет иметь вид: 5; 5,7; 6,4; 7,1; 7,8; 8,5; ... .

*Пример 2.* b1= b, bn+1= ½ bn. Пусть b1=23, тогда последовательность будет иметь вид: 23; 11,5; 5,75; 2,875; ... .

*Пример 3.* Последовательность Фибоначчи. Эта последовательность легко задаётся рекуррентно: y1=1, y2=1,yn-2+yn-1, если n=3, 4, 5, 6, ... . Она будет иметь вид:

 1, 1,2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, ... . ( *п*-ый член этой последовательности равен сумме двух предыдущих членов)

Аналитически последовательность Фибоначчи задать трудно, но возможно. Формула, по которой определяется любой элемент этой последовательности, выглядит так:

$$y=\frac{1}{\sqrt{5}}\left[\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^{n}-\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^{n}\right]$$

Дополнительная информация:

 Итальянский купец Леонардо из Пизы (1180-1240), более известный под прозвищем Фибоначчи был значительным математиком средневековья. С помощью данной последовательности Фибоначчи определил число  **φ** (фи); φ=1,618033989.

1. *Графический способ*

Члены последовательности можно изображать точками на координатной плоскости. Для этого по горизонтальной оси откладывают номер, а по вертикальной – значение соответствующего члена последовательности.

 Для закрепления способов задания прошу привести несколько примеров последовательностей, которые задаются или словесным, или аналитическим, или рекуррентным способом.

**Виды числовых последовательностей**

1) Возрастающая – если каждый член меньше следующего за ним, т.е. *an* < *an*+1.

2) Убывающая – если каждый член больше следующего за ним, т.е. *an* > *an*+1.

3) Бесконечная.

4) Конечная.

5) Знакочередующаяся.

6) Постоянная (стационарная).

Возрастающую или убывающую последовательность называют монотонными.

1. 3; 6; 9; 12; 15; 18;…
2. 5, 3, 1, -1.
3. –1; 2; –3; 4; –5; …
4. *1, 4, 9, 16*,…
5. –1; 2; –3; 4; –5; 6; …
6. 3; 3; 3; 3; …; 3; … .

**Закрепление материала. Решение задач.**

*Пример 1.* Составить возможную формулу n-го элемента последовательности (yn):

а) 1, 3, 5, 7, 9, 11, ...;

б) 4, 8, 12, 16, 20, ...;

*Решение.*

а) Это последовательность нечётных чисел. Аналитически эту последовательность можно задать формулой y = 2n+1.

б) Это числовая последовательность, у которой последующий элемент больше предыдущего на 4. Аналитически эту последовательность можно задать формулой y = 4n.

*Пример 2*. Выписать первые десять элементов последовательности, заданной рекуррентно: y1=1, y2=2, yn = yn-2+yn-1, если n = 3, 4, 5, 6, ... .

*Решение.*

Каждый последующий элемент этой последовательности равен сумме двух предыдущих элементов.

y1=1;

y2=2;

y3=1+2=3;

y4=2+3=5;

y5=3+5=8;

y6=5+8=13;

y7=8+13=21;

y8=13+21=34;

y9=21+34=55;

y10=34+55=89.

*Пример 3.* Последовательность (yn) задана рекуррентно: y1=1, y2=2,yn=5yn-1- 6yn-2. Задать эту последовательность аналитически.

*Решение.*

Найдём несколько первых элементов последовательности.

y1=1;

y2=2;

y3=5y2-6y1=10-6=4;

y4=5y3-6y2=20-12=8;

y5=5y4-6y3=40-24=16;

y6=5y5-6y4=80-48=32;

y7=5y6-6y5=160-96=64.

Получаем последовательность: 1; 2; 4; 8; 16; 32; 64; ..., которую можно представить в виде

20; 21; 22 ; 23 ; 24 ; 25 ; 26 ... .

n = 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7... .

Анализируя последовательность, получаем следующую закономерность: y = 2n-1.

 *Пример 4.* Дана последовательность yn=24n+36-5n2.

а) Сколько в ней положительных членов?

б) Найти наибольший элемент последовательности.

в) Есть в данной последовательности наименьший элемент?

Решение.

Данная числовая последовательность – это функция вида y = -5x2 +24x+36, где x$ϵN.$

а) Найдём значения функции, при которых -5x2 +24x+36>0. Решим уравнение -5x2 +24x+36=0.

D = b2-4ac=1296, $\sqrt{D}=36,$X1=6, X2=-1,2.

Уравнение оси симметрии параболы y = -5x2 +24x+36 можно найти по формуле x=$\frac{x\_{1}+x\_{2}}{2}$, получим: x=2,4.

 - + -

 -1,2 6

Неравенство -5x2 +24x+36>0 выполняется при -1,2$<x<6.$ В этом интервале находится пять натуральных чисел (1, 2, 3, 4, 5). Значит в заданной последовательности пять положительных элементов последовательности.

б) Наибольший элемент последовательности определяется методом подбора и он равен y2=64.

в) Наименьшего элемента нет.

**Задания для самостоятельной работы по теме:**

1. Напишите первые пять членов последовательности, членами которой являются натуральные числа, кратные числу 15.
2. Последовательность задана формулой  *хп=3п2+1*. Найдите: а) *х1; б) х5; в) хт; г)х3т*.
3. Определите номер члена последовательности, заданной формулой *ап=41-2п,* равного 19.
4. Последовательность задана рекуррентным способом: *у1=-3, уп+1=2уп+5.* Найдите первые три члена последовательности.
5. Напишите формулу общего члена последовательности, членами которой являются натуральные числа, при делении которых на 7 в остатке остается 1.

**Домашнее задание**

1. Напишите первые пять членов последовательности, членами которой являются натуральные числа, кратные числу 17.
2. Последовательность задана формулой  *хп=8п2-п*.

 Найдите: а) *х1; б) х6; в) хт; г)х2т*.

1. Определите номер члена последовательности, заданной формулой

 *вп=-38+3п,* равного -2.

1. Последовательность задана рекуррентным способом: *х1=-7, хп+1=5хп-1.* Найдите первые три члена последовательности.
2. Напишите формулу общего члена последовательности, членами которой являются натуральные числа, при делении которых на 13 в остатке остается 2.

Преподаватель Л. А.Науразова