Дата: 07.12.2020г.

Группа: 19-ИСиП-2д

Наименование дисциплины/МДК: Элементы высшей математики

Тема: ПЗ № 5. Вычисление двойного интеграла

**Краткая теория**

 Понятие двойного интеграла

Определение: Двойной интеграл представляет собой обобщение понятия определенного интеграла на случай функции двух переменных. В этом случае вместо отрезка интегрирования будет присутствовать какая-то плоская фигура.

Двойной интеграл в общем виде записывается следующим образом:

 , где  – знак двойного интеграла;
D – область интегрирования (плоская фигура);

f(x;y) – подынтегральная функция двух переменных;
dx, dy  – элементы площади интегрирования.

Пусть *D* – некоторая замкнутая ограниченная область, а *f*(*x,y*) – произвольная функция, определенная и ограниченная в этой области. Будем предполагать, что границы области *D* состоят из конечного числа кривых, заданных уравнениями вида *y*=*f*(*x*) или *x*=g(*y*), где *f*(*x*) и *g*(*y*) – непрерывные функции.



Свойства двойного интеграла

1. Если С – числовая константа, то  ,
2. 
3. Если область D  “разбита” на области D1 и D2, то
4.  .

Правила вычисления двойного интеграла

1. Чтобы вычислить двойной интеграл, нужно для начала построить область D в системе координат и определить границы этой области по оси Ох и по оси Оу. Затем выбрать один из видов области интегрирования по правилу 2, подставить в функцию и вычислить двойной интеграл по 3 правилу.
2. Различают два основных вида области интегрирования.
3. Область интегрирования D ограничена слева и справа прямыми х=а и х=b (ab), а снизу и сверху – непрерывными кривыми y= и y= ( ).



Для такой области интеграл вычисляется следующим образом 

1. Область интегрирования D ограничена снизу и сверху прямыми у=с и y=d (cd), а слева и справа – непрерывными кривыми x= и y= ( )



Для такой области интеграл вычисляется следующим образом 

1. При вычислении двойного интеграла сначала вычисляется внутренний интеграл, используя формулу Ньютона-Лейбница, считая одну из переменных постоянным числом:
2.  здесь х считается постоянным числом.
3.  здесь у считается постоянным числом.

Затем, вычисляется внешний интеграл также по формуле Ньютона-Лейбница.

Пример1. Вычислить двойной интеграл  , где



Решение. 1. Строим область интегрирования D

2 . Находим границы области, то есть пределы интегрирования 1xy

3. Выбираем вид области интегрирования  .

Вычисляем внутренний (правый) интеграл, считая у - числом, которое можно вынести за знак интеграла. Получаем  .

Теперь вычисляем внешний (левый) интеграл от вычисленного только что внутреннего (правого):

 

Результат и будет решением данного двойного интеграла.

Ответить на контрольные вопросы:

**Контрольные вопросы:**

1. Что называется, двойным интегралом?
2. Перечислите основные свойства двойного интеграла.
3. На какие виды делится область интегрирования?
4. Каким образом вычисляется двойной интеграл?
5. Что делать с переменной, если она в интеграле не является интегрируемой?

Порядок и методика выполнения заданий:

1. Повторить теоретический материал по теме практического занятия.

2. Оформить решение задач в тетради.

**Задания для практической работы:**

Вычислить двойные итегралы:

|  |  |
| --- | --- |
| ВАРИАНТ 1 | ВАРИАНТ 2 |
| $$1)∬\_{D}^{}xydxdy, $$если *D* – треугольник, ограниченный прямыми *x=0, y=0, x+y=1*$ 2) ∬\_{D}^{}(2x-y)dxdy,$ x=2; x=6; у=1; у=4.$$3) ∬\_{D}^{}x^{2}ydxdy, $$*если D – область, ограниченная линиями* $y=x^{2}$*, y=1* 4) $∬\_{D}^{}e^{\frac{y}{x}}dxdy, $*если D – область, ограниченная линиями* $y=\frac{x^{2}}{9}$*, x=3, y=0* |  | $$1)∬\_{D}^{}(x+y)dxdy, $$*если D – треугольник, ограниченный прямыми x=0, y=0, x+y=3*$ 2) ∬\_{D}^{}(3x+2y)dxdy,$ x=2; x=6; у=1; у=4.$$ 3) ∬\_{D}^{}sin⁡(2x+y+\frac{π}{4})dxdy, $$*если D – прямоугольник* $0\leq x\leq \frac{π}{2}, -\frac{π}{4}\leq y\leq 0.$ 4) $∬\_{D}^{}(x^{3}+y^{3})dxdy, $*если D – область, ограниченная линиями* $y=\frac{x}{2}$*, y=x, x=4* |
|  |
|   |  |
|   |

Преподаватель Х.Ш. Сулиманова