Дата: 12.12.2020г.

Группа: 20-ЭК-1д

Наименование дисциплины/МДК: Математика

Тема: Производная

Определение: производной функции в точке x0 называется предел отношения приращения функции к приращению аргумента, когда последнее стремится к нулю:

, где , или 

Произношение: эф штрих от икс нулевого. Знак «штрих» - это обозначение производной.

*Операция нахождения производной называется дифференцирование*. Это операция над функцией.

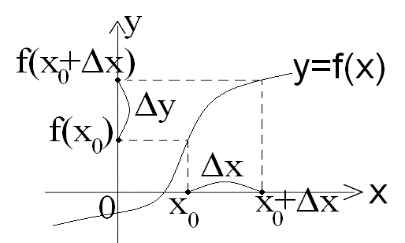
Функция не в любой точке имеет производную. *Необходимое условие существования производной - непрерывность функции в точке*. Почему, и в каких точках производная функции не существует, рассмотрим в теме «Геометрический смысл производной».

Если функция имеет производную в точке, она называется *дифференцируемой* в этой точке.

Если функция имеет производную на отрезке (или на области определения), она называется *дифференцируемой* на этом отрезке (или на всей ООФ).

Тогда обозначение производной: y /, f /(x) (игрек штрих, эф штрих от икс).

На рисунке показана графическая интерпретация определения. Пусть дана функция y = f(x).

Выберем точку *x0 из ООФ*. Ей соответствует значение функции *f(x0).*

Запись: x0 ―> f(x0). Точке x0 задаем приращение ∆x. Получается точка (x0 + ∆x) ―> f(x + ∆x).

∆x = (x0+∆x) – x0, ∆y = f(x0+∆x) – f(x0)

Далее рассматривается отношение ∆y к ∆x: ∆y/∆x. Это отношение показывает, какова скорость изменения функции на участке ∆x. Далее приближаем точку (x0+∆x) к точке x0. Запись: x0+∆x ―> x0 или ∆x―>0. Тогда отношение ∆y/∆x покажет скорость изменения функции при бесконечно малом приращении аргумента. Предел этого отношения и будет производной функции в точке x0.

*Забегая вперед. Существует бесконечно много разных функций. Производная характеризует скорость изменения функции. Например, функция f(x) = C (C = const) - постоянная функция, т.е. она никак не меняется на ООФ. Тогда ее скорость изменения (производная) будет равна нулю, в чем мы убедимся несколько позже.*

*Механический (физический) смысл производной*

С точки зрения физики производная – это скорость. Исаак Ньютон сумел при помощи этого понятия развить представления о механическом движении.

Рассмотрим зависимость пути, пройденного некоторым телом (или точкой), от времени движения, т.е. *S=S(t)*. С точки зрения математики – путь как функция времени.

Из курса физики известно, что *средняя скорость за промежуток времени Δt* находится по формуле: .

Если величина , то получаем *мгновенную скорость V(t)*, т.е. , или, используя определение производной:  - скорость – это производная пути по времени.

*Если рассматривать ускоренное движение, то ускорение – это производная скорости (или вторая производная от пути)*.

В этом состоит механический смысл производной 

*Решение задач*

Для нахождения производной существуют определенные правила и таблица производных элементарных функций. Но на данном этапе попробуем найти производные некоторых функций, *следуя алгоритму*:

* 1. Выбрать точку из ООФ, найти значение функции в этой точке;
  2. Задать приращение ∆х, найти ∆у;
  3. Найти предел отношения ∆у/∆х при ∆х―>0
* *Постоянная функция* : 



Т.е. производная постоянной равна нулю 

* *Функция f(x) = x (функция равна аргументу)*:



Т.е. производная функции *f(x)=x* равна единице 

* *Функция y = x2 (функция равна квадрату аргумента):*

здесь имеем в виду, что переменная *x* задана каким-то числом, т.е. ее предел равен этому числу.

Тогда, производная функции *y = x2 равна 2x *

* *Функция y = x3*. Найдите эту производную самостоятельно.

*Задачи на механический смысл производной*

№ 777. Найти среднюю скорость движения точки на отрезке [1; 12], если закон ее движения задан формулой:

1. ;
2. .

№ 778. Найти мгновенную скорость движения точки, если:

1. ;
2.  - самостоятельно.

**Контрольные вопросы (тест или задания для самостоятельной работы):**

*Задание для самостоятельной работы*

По учебнику Алимова Ш.А. № 776, 780, 782, 783.

Преподаватель М.У Чупанова