Дата: 09.12.2020г.

Группа: 19-ТО-1д

Наименование дисциплины/МДК: Математика

Тема: Формула Бернулли

Формула Бернулли позволяет избавиться от большого числа вычислений -сложения и умножения вероятностей - при достаточно большом количестве испытаний. Названа в честь выдающегося швейцарского математика Якоба Бернулли, выведшего формулу.

Прежде чем рассматривать вывод формулы Я. Бернулли в общем виде, нужно рассказать о повтор­ных испытаниях и решить з а д а ч у:

1. Производится три независимых выстрела из оружия по мишени при условии, что вероятность попадания в мишень Р(А)=Р.  
Найти вероятность того, что при этих выстрелах произойдет ровно два попадания.

В общем виде формула Я. Бернулли имеет вид , где п — количество независимых опытов; к — коли­чество опытов, в каждом из которых событие А осуществляется с вероятностью р и не осуществляется с вероятностью. Формулу Бернулли полезно вывести, так как в процессе вывода используются теоремы умножения и сложения вероятностей.

**Теорема:** Если вероятность ***p*** наступления события ***Α*** в каждом испытании постоянна, то вероятность ** того, что событие ***A*** наступит ***k*** раз в ***n*** независимых испытаниях, равна:  где 

**Доказательство**

Так как в результате *n* независимых испытаний, проведенных в одинаковых условиях, событие *A* наступает с вероятностью , следовательно, противоположное ему событие с вероятностью .

Обозначим *Ai* — наступление события *A* в испытании с номером *i*. Так как условия проведения опытов одинаковые, то эти вероятности равны. Пусть в результате *n* опытов событие *A* наступает *k* раз, тогда остальные n − *k* − раз это событие не наступает. Событие *A* может появиться *k* раз в *n* испытаниях в различных комбинациях, число которых равно количеству сочетаний из *n* элементов по *k*. Это количество сочетаний находится по формуле:

C_n(k) = \frac{n!}{k!\left(n-k\right)!}.

При этом вероятность каждой комбинации равна произведению вероятностей:

p^k\cdot(1-p)^{n-k}.

Применяя теорему **сложения** вероятностей несовместных событий, получим окончательную Формулу Бернулли:

P_{k,n}=C_n^k\cdot p^k \cdot q^{n-k}где *q = 1- p*

Рассмотрим примеры применения:

**Пример 1.** Вероятность выхода за границы поля допуска при обработке деталей на токарном станке равна 0,07. Определить вероятность того, что из пяти наудачу отобранных в течение смены деталей у одной размеры диаметра не соответствуют заданному допуску.

*Решение.* Условие задачи удовлетворяет требования схемы Бернулли. Поэтому, полагая , по формуле получаем 

*Ответ:* 0,262

**Пример 2.** Наблюдениями установлено, что в некоторой местности в сентябре бывает 12 дождливых дней. Какова вероятность того, что из случайно взятых в этом месяце 8 дней 3 дня окажутся дождливыми?

*Решение. *

*Ответ:* 0,2787

**Пример 3.**  Вероятность приема радиосигнала при каждой передаче равна 0,8. Найти вероятность того, что при пятикратной передаче сигнал будет принят ровно 4 раза. Ответ. 0,41.

**Пример 4.** Монета подбрасывается 10 раз. Найти вероятность того, что «герб» выпадает ровно 8 раз. Ответ. 0,044.

**Контрольные вопросы (тест или задания для самостоятельной работы):**

1. Вероятность того, что расход электроэнергии на протяжении одних суток не превысит установленной нормы, равна 0,75. Найти вероятность того, что в ближайшие шесть суток расход электроэнер­гии в течение четырех суток не превысит норму.
2. В цехе имеется шесть моторов. Для каждого мотора вероят­ность того, что он в данный момент включен, равна 0,8. Найти ве­роятность того, что в данный момент: а) включено 4 мотора; б) включены все моторы, в) выключены все моторы.

Преподаватель Х.Ш. Сулиманова