Дата: 18.12.2020г.

Группа: 19-СЗС-1д

Наименование дисциплины/МДК: Математика

Тема: ПЗ № 11. Вычисление вероятностей сложных событий.

**Краткие теоретические сведения**

Согласно классическому определению вероятности ***вероятностью события А*** называют отношение числа благоприятствующих этому событию исходов к общему числу всех равновозможных несовместных элементарных исходов, образующих полную группу. Вероятность события А определяется формулой:

**Р(А) = m/n,**

где m – число элементарных исходов, благоприятствующих А;

n – число всех возможных элементарных исходов испытания.

1. ***Суммой*** A + B двух событий А и В называют событие, состоящее в появлении события А, или события В, или обоих этих событий.
   1. **Теорема сложения вероятностей несовместных событий.** Вероятность появления одного из двух несовместных событий, равна сумме вероятностей этих событий:

**Р (А + В) = Р(А) + Р(В)**

* 1. **Теорема сложения вероятностей совместных событий.** Вероятность появления хотя бы одного из двух совместных событий равна сумме вероятностей этих событий без вероятности их совместного появления:

**Р(А+В) = Р(А) + Р(В) – Р(АВ)**

1. ***Произведением*** двух событий А и В называют событие АВ, состоящее в совместном появлении этих событий.
   1. **Теорема произведения для независимых событий**. Для независимых событий вероятность совместного появления событий равна произведению вероятностостей этих событий:

**Р(АВ) = Р(А) Р(В).**

* 1. **Теорема умножения вероятностей.** Вероятность совместного появления двух событий равна произведению вероятности одного из них на условную вероятность другого, вычисленную в предположении, что первое событие уже наступило:

**Р(АВ) = Р(А) РА(В).**

1. ***Вероятность появления хотя бы одного из независимых событий.***

Если события А1, А2, А3,…Аn независимы в совокупности, причем Р(А1) = р1, Р(А2) = р2, Р(А3) = р3 и т.д.; q1,q2, q3, …, qn – вероятности противоположных событий.

Вероятность наступления события А, состоящего в наступлении хотя бы одного из событий А1, А2, А3,…Аn равна:

**Р(А) = 1 – q1q2q3…qn**.

1. ***Вероятность появления только одного из двух событий.***

**Р(А) = p1q2 + p2q1**

**Формула полной верятности** позволяет определить вероятность события А, которое может наступить при условии появления одного из несовместных событий В1, В2, … Вn, образующих полную группу.

**Р(А) = Р(В1)·РВ1(А) + Р(В2)·РВ2(А) + … + Р(Вn)·РВn(А)**

Чтобы оценить вероятности гипотез В1, В2, … Вn, после того как стал известен результат испытания, используется формула Байеса.

**Формула Бернулли** позволяет рассчитать вероятность того, что при n испытаниях событие А осуществится ровно k раз. Формулой Бернулли удобно пользоваться, когда n и k<10.

Если n и k велики, то для нахождения вероятности появления события k раз в n испытаниях используется локальная теорема **Муавра-Лапласа или асимптотическая формула Лапласа.**

Если n велико, k мало и p<0,1, то для нахождения вероятности появления события k раз в n испытаниях удобно пользоваться **формулой Пуассона**.

****

*Пример 1.* В первом ящике содержится 20 деталей, из них 15 стандартных; во втором 30 деталей, из них 24 стандартных; в третьем – 10 деталей, из них 6 стандартных. Найти вероятность того, что наудачу извлеченная деталь из наудачу взятого ящика – стандартная.

*Решение*

1. Обозначим через А – событие«взятая наудачу деталь стандартна»

Событие В1 – деталь извлечена из первого ящика;

Событие В2 – деталь извлечена из второго ящика

Событие В3 – деталь извлечена из третьего ящика

1. Определим вероятности событий В1, В2 и В3.

Вероятность того, что деталь взята из первого ящика Р(В1) = 1/3

Вероятность того, что деталь взята из первого ящика Р(В2) = 1/3

Вероятность того, что деталь взята из первого ящика Р(В3) = 1/3

1. Определим условные вероятности.

Условная вероятность того, что из 1 ящика была извлечена стандартная деталь: РВ1(А) =

Условная вероятность того, что из 2 ящика была извлечена стандартная деталь: РВ2(А) =

Условная вероятность того, что из 3 ящика была извлечена стандартная деталь: РВ3(А) =

1. По формуле полной вероятности определим вероятность события А:

Р(А) = = . Ответ: Р(А) = 0,72

*Пример 2***.** В классе 10 компьютеров. Для каждого компьютера вероятность того, что он в данный момент включен, равна 0,8. Найти вероятность, что в данный момент: а) включено 4 компьютера; б) включены все компьютеры; в) включено менее 3 компьютеров; г) включено не менее 3 компьютеров.

*Решение*

а) n = 10; k = 4; p = 0,8; q = 0,2

По формуле Бернулли: Р10(4) =

б) n = 10; k = 10; p = 0,8; q = 0,2

По формуле Бернулли: Р10(10) =

в) Р10(k<3) = Р10(0) + Р10(1) + Р10(2)

Р10(0)=

Р10(1)=

Р10(2)=

Р10(<3) =

г) Т.к. события «включено менее 3 компьютеров» и «включено не менее трех компьютеров» являются противоположными, то

Р10(k≥3) = 1 - Р10(<3) = 1 – 0,000078 = 0,9999 = 99, 99%

Ответ: Р10(4) = 0,55%; Р10(10) = 10,7%; Р10(k<3) = ; Р10(k≥3) = 99,99%

**Задания для практической работы**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | **I вариант** | **II вариант** |
| 1. | Среди сотрудников фирмы 28% знают английский язык, 30% – немецкий; английский и немецкий – 8%. Найти вероятность того, что случайно выбранный сотрудник фирмы знает хотя бы один язык. | Имеется 3 ящика, содержащих по 20 деталей. В первом ящике 12, во втором 5 и в третьем 9 стандартных деталей. Из каждого ящика наудачу вынимают по одной детали. Найти вероятность того, что все детали окажутся стандартными. |
| 2. | Производится бомбометание по трем складам боеприпасов, причем сбрасывается одна бомба. Вероятность попадания в первый склад 0,025; во второй – 0,03; в третий 0,019. При попадании в один из складов взрываются все три. Найти вероятность того, что склады будут взорваны. | В электрическую цепь последовательно включены три элемента, работающие независимо один от другого. Вероятности отказов первого, второго и третьего элементов соответственно равны: р, = 0,1; р, = 0,15; р, = 0,2. Найти вероятность того, что тока в цепи не будет (не работает хотя бы 1 элемент). |
| 3. | Имеется 3 ящика, содержащих по 15 деталей. В первом ящике 5, во втором 7 и в третьем 10 стандартных деталей. Из каждого ящика наудачу вынимают по одной детали. Найти вероятность того, что все детали окажутся стандартными. | Среди студентов группы 15% имеют отличные оценки по математике, 34% – по истории. При этом 12% являются отличниками по обеим дисциплинам. Найти вероятность того, что случайно выбранный студент учится на «отлично» хотя бы по одной дисциплине. |
| 4. | Отдел технического контроля проверяет изделия на стандартность. Вероятность того, что изделие стандартно, равна 0,9. Найти вероятность того, что из двух проверенных изделий только одно стандартное. | В ящике 10 деталей, из которых четыре окрашены. Сборщик наудачу взял три детали. Найти вероятность того, что хотя бы одна из взятых деталей окрашена.  *Решить задачу двумя способами.* |
| 5. | Устройство содержит два независимо работающих элемента. Вероятности отказа элементов соответственно равны 0,05 и 0,08. Найти вероятности отказа устройства, если для этого достаточно, чтобы отказал хотя бы один элемент. | Из партии изделий товаровед отбирает изделия высшего сорта. Вероятность того, что наудачу взятое изделие окажется высшего сорта, равна 0,8. Найти вероятность того, что из двух проверенных изделий только одно высшего сорта. |
| 6. | В ящике содержится 12 деталей, изготовленных на заводе №1, 20 деталей – на заводе №2 и 18 деталей – на заводе №3. Вероятность того, что деталь, изготовленная на заводе №1, отличного качества, равна 0,9; для деталей, изготовленных на заводах №2 и №3, эти вероятности соответственно равны 0,6 и 0,9. Найти вероятность того, что извлеченная наудачу деталь окажется отличного качества. | В магазин поступили телевизоры от 3 фирм. На долю 1 фирмы приходится 50% от общего числа поставок, на долю 2 фирмы – 20%, а на долю 3 фирмы – 30%. Из практики известно, что бракованными оказываются 4% поставляемых 1 фирмой, 3% поставляемых 2 фирмой и 5% поставляемых 3 фирмой. Найти вероятность того, что купленный в данном магазине телевизор окажется бракованным. |
| 7. | Устройство, состоящее из пяти независимо работающих элементов. Вероятность отказа каждого из них за сутки равна 0,2. Найти вероятность того, что откажут: а) три элементы; б) не менее 4 элементов; в) менее 4 элементов | Пусть вероятность того, что телевизор потребует ремонта в течение гарантийного срока, равна 0,2. Найти вероятность того, что в течение гарантийного срока из 6 телевизоров: а) 2 телевизора потребуют ремонта; б) не более одного потребует ремонта; б) более одного потребует ремонта. |

Преподаватель Х.Ш. Сулиманова