Дата: **21.12.2020**

Группа: **20-ПСО-1д**

Наименование дисциплины: **Математика**

Тема: **Производная обратной функции и композиции функций.**

Разберите решение примеров:

Вычисление производных сложных функций осуществляется по правилу дифференцирования сложной функции:

proizvodnaya_slozhnoi_funkcii_clip_image002

Прежде всего, обратим внимание на запись proizvodnaya_slozhnoi_funkcii_clip_image004. Здесь у нас две функции – proizvodnaya_slozhnoi_funkcii_clip_image006 и proizvodnaya_slozhnoi_funkcii_clip_image008, причем функция proizvodnaya_slozhnoi_funkcii_clip_image008_0000, образно говоря, вложена в функцию proizvodnaya_slozhnoi_funkcii_clip_image006_0000. Функция такого вида (когда одна функция вложена в другую) и называется сложной функцией.

Пример 1

Найти производную функции proizvodnaya_slozhnoi_funkcii_clip_image012

Под синусом у нас находится не просто , а целое выражение proizvodnaya_slozhnoi_funkcii_clip_image014, поэтому найти производную сразу по таблице не получится. Также мы замечаем, что здесь невозможно применить первые четыре правила, вроде бы есть разность, но дело в том, что «разрывать на части» синус нельзя:   
Функция proizvodnaya_slozhnoi_funkcii_clip_image012_0000 – это сложная функция, причем многочлен proizvodnaya_slozhnoi_funkcii_clip_image014_0000 является вложенной функцией , а proizvodnaya_slozhnoi_funkcii_clip_image019 – внешней функцией.

**Первый шаг,** который нужно выполнить при нахождении производной сложной функции состоит в том, чтобы **разобраться, какая функция является вложенной, а какая – внешней.**

После того, как  определены вложенная и внешняя функции применяют правило дифференцирования сложной функции proizvodnaya_slozhnoi_funkcii_clip_image002_0000.

Вычислим производную:

proizvodnaya_slozhnoi_funkcii_clip_image033

**Сначала** находят производную внешней функции proizvodnaya_slozhnoi_funkcii_clip_image035 , по формуле proizvodnaya_slozhnoi_funkcii_clip_image037. **Все табличные формулы применимы и в том, случае, если  заменить сложным выражением**, в данном случае:  
  
proizvodnaya_slozhnoi_funkcii_clip_image039

При выполнении вычислений вложенная функция proizvodnaya_slozhnoi_funkcii_clip_image041 не изменилась.

По формуле proizvodnaya_slozhnoi_funkcii_clip_image002_0001 получаем: proizvodnaya_slozhnoi_funkcii_clip_image047

Постоянный множитель обычно выносят в начало выражения:  
proizvodnaya_slozhnoi_funkcii_clip_image049

Пример 2

Найти производную функции proizvodnaya_slozhnoi_funkcii_clip_image053

Запишем

proizvodnaya_slozhnoi_funkcii_clip_image055

Определим где внешняя функция, а где вложенная. Для этого пробуем вычислить значение выражения proizvodnaya_slozhnoi_funkcii_clip_image057 при proizvodnaya_slozhnoi_funkcii_clip_image023_0000. Что нужно выполнить в первую очередь? В первую очередь нужно сосчитать чему равно основание: proizvodnaya_slozhnoi_funkcii_clip_image059, значит, многочлен proizvodnaya_slozhnoi_funkcii_clip_image061 – и есть вложенная функция. И, только потом выполняется возведение в степень proizvodnaya_slozhnoi_funkcii_clip_image065, следовательно, степенная функция – это внешняя функция.  
По правилу дифференцирования сложной функции   proizvodnaya_slozhnoi_funkcii_clip_image002_0002, сначала нужно найти производную от внешней функции, в данном случае, от степени. По формуле proizvodnaya_slozhnoi_funkcii_clip_image070вычисляем производную:

proizvodnaya_slozhnoi_funkcii_clip_image078

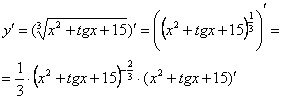
Пример 3

Найти производную функции proizvodnaya_slozhnoi_funkcii_clip_image090

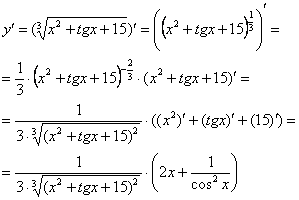
Для того чтобы продифференцировать корень, его нужно представить в виде степени proizvodnaya_slozhnoi_funkcii_clip_image092. Таким образом, сначала приводим функцию в надлежащий для дифференцирования вид:

proizvodnaya_slozhnoi_funkcii_clip_image094

Анализируя функцию, приходим к выводу, что сумма трех слагаемых – это вложенная функция, а возведение в степень – внешняя функция.По правилу дифференцирования сложной функции proizvodnaya_slozhnoi_funkcii_clip_image002_0004:



Степень снова представляем в виде радикала , а для производной вложенной функции применяем простое правило дифференцирования суммы:



Пример 4

Найти производную функции proizvodnaya_slozhnoi_funkcii_clip_image116

Разбираемся во вложениях этой функции. Пробуем вычислить выражение proizvodnaya_slozhnoi_funkcii_clip_image118 подставив значение proizvodnaya_slozhnoi_funkcii_clip_image023_0001. Если использовать для вычислений калькулятор, то сначала нужно найти proizvodnaya_slozhnoi_funkcii_clip_image121, значит, арксинус – самое глубокое вложение.

proizvodnaya_slozhnoi_funkcii_clip_image123

Затем этот арксинус единицы следует возвести в квадрат proizvodnaya_slozhnoi_funkcii_clip_image125:

proizvodnaya_slozhnoi_funkcii_clip_image127

И, наконец, семерку возводим в степень proizvodnaya_slozhnoi_funkcii_clip_image129:  
proizvodnaya_slozhnoi_funkcii_clip_image131  
  
То есть, в данном примере у нас три разные функции и два вложения, при этом, самой вложенной функцией является арксинус, а самой внешней функцией – показательная функция.

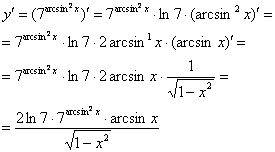
По правилу proizvodnaya_slozhnoi_funkcii_clip_image002_0006 сначала нужно взять производную от внешней функции. Вычислим производную показательной функции: proizvodnaya_slozhnoi_funkcii_clip_image135.Вместо  рассмотрим сложное выражение  proizvodnaya_slozhnoi_funkcii_clip_image137, что не отменяет справедливость данной формулы. Итак, результат применения правила дифференцирования сложной функции  proizvodnaya_slozhnoi_funkcii_clip_image002_0007 следующий:

proizvodnaya_slozhnoi_funkcii_clip_image139

Теперь опять необходимо вычислить производную сложной функции взяв за вложенную функцию – арксинус, а за внешнюю функцию – степень. Согласно правилу дифференцирования сложной функции сначала нужно взять производную от степени:

proizvodnaya_slozhnoi_funkcii_clip_image141

Далее находим по таблице производную арксинуса:



Пример 5

Найти производную функции proizvodnaya_slozhnoi_funkcii_clip_image147

proizvodnaya_slozhnoi_funkcii_clip_image149

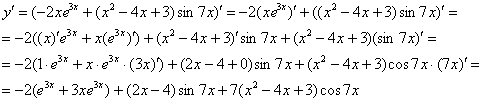
Сначала используем правило дифференцирования суммы proizvodnaya_slozhnoi_funkcii_clip_image151, заодно в первом слагаемом выносим постоянный множитель за знак производной по правилу proizvodnaya_slozhnoi_funkcii_clip_image153:

proizvodnaya_slozhnoi_funkcii_clip_image155

Далее дважды необходимо применить правило proizvodnaya_slozhnoi_funkcii_clip_image157:

proizvodnaya_slozhnoi_funkcii_clip_image159

Согласно правилу proizvodnaya_slozhnoi_funkcii_clip_image002_0008, получаем:



**Обратите внимание на приоритет (порядок) применения правил: правило дифференцирования сложной функции применяется в последнюю очередь.**

2.Выполните задания

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | а) , | б) . |
|  | а) , | б) . |
|  | а) , | б) . |
|  | а) , | б) , |
|  | а) , | б) . |
|  | а) , | б) . |
|  | а) , | б) . |
|  | а) ,  **Домашнее задание:** Выполните задания | б) |
|  | а) , | б) . |
|  | а) , | б) . |
|  | а) , | б) . |
|  | а) , | б) , |
|  | в) , | г) . |
|  | а) , | б) . |
|  | в) , | г)  Преподаватель Науразова Л.А |