Дата: **21.12.2020**

Группа: **20-ПСО-1д**

Наименование дисциплины: **Математика**

Тема: **Производная обратной функции и композиции функций.**

Разберите решение примеров:

Вычисление производных сложных функций осуществляется по правилу дифференцирования сложной функции:



 Прежде всего, обратим внимание на запись . Здесь у нас две функции –  и , причем функция , образно говоря, вложена в функцию . Функция такого вида (когда одна функция вложена в другую) и называется сложной функцией.

Пример 1

Найти производную функции 

Под синусом у нас находится не просто , а целое выражение , поэтому найти производную сразу по таблице не получится. Также мы замечаем, что здесь невозможно применить первые четыре правила, вроде бы есть разность, но дело в том, что «разрывать на части» синус нельзя:
Функция  – это сложная функция, причем многочлен  является вложенной функцией , а  – внешней функцией.

**Первый шаг,** который нужно выполнить при нахождении производной сложной функции состоит в том, чтобы **разобраться, какая функция является вложенной, а какая – внешней.**

После того, как  определены вложенная и внешняя функции применяют правило дифференцирования сложной функции .

Вычислим производную:



**Сначала** находят производную внешней функции  , по формуле . **Все табличные формулы применимы и в том, случае, если  заменить сложным выражением**, в данном случае:



При выполнении вычислений вложенная функция  не изменилась.

По формуле  получаем: 

Постоянный множитель обычно выносят в начало выражения:


Пример 2

Найти производную функции 

Запишем



Определим где внешняя функция, а где вложенная. Для этого пробуем вычислить значение выражения  при . Что нужно выполнить в первую очередь? В первую очередь нужно сосчитать чему равно основание: , значит, многочлен  – и есть вложенная функция. И, только потом выполняется возведение в степень , следовательно, степенная функция – это внешняя функция.
По правилу дифференцирования сложной функции   , сначала нужно найти производную от внешней функции, в данном случае, от степени. По формуле вычисляем производную:



Пример 3

Найти производную функции 

Для того чтобы продифференцировать корень, его нужно представить в виде степени . Таким образом, сначала приводим функцию в надлежащий для дифференцирования вид:



Анализируя функцию, приходим к выводу, что сумма трех слагаемых – это вложенная функция, а возведение в степень – внешняя функция.По правилу дифференцирования сложной функции :



Степень снова представляем в виде радикала , а для производной вложенной функции применяем простое правило дифференцирования суммы:



Пример 4

Найти производную функции 

Разбираемся во вложениях этой функции. Пробуем вычислить выражение  подставив значение . Если использовать для вычислений калькулятор, то сначала нужно найти , значит, арксинус – самое глубокое вложение.



Затем этот арксинус единицы следует возвести в квадрат :



И, наконец, семерку возводим в степень :


То есть, в данном примере у нас три разные функции и два вложения, при этом, самой вложенной функцией является арксинус, а самой внешней функцией – показательная функция.

По правилу  сначала нужно взять производную от внешней функции. Вычислим производную показательной функции: .Вместо  рассмотрим сложное выражение  , что не отменяет справедливость данной формулы. Итак, результат применения правила дифференцирования сложной функции   следующий:



Теперь опять необходимо вычислить производную сложной функции взяв за вложенную функцию – арксинус, а за внешнюю функцию – степень. Согласно правилу дифференцирования сложной функции сначала нужно взять производную от степени:



Далее находим по таблице производную арксинуса:



Пример 5

Найти производную функции 



Сначала используем правило дифференцирования суммы , заодно в первом слагаемом выносим постоянный множитель за знак производной по правилу :



Далее дважды необходимо применить правило :



Согласно правилу , получаем:



 **Обратите внимание на приоритет (порядок) применения правил: правило дифференцирования сложной функции применяется в последнюю очередь.**

2.Выполните задания

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | а) , | б) . |
|  | а) , | б) . |
|  | а) , | б) . |
|  | а) , | б) , |
|  | а) , | б) . |
|  | а) , | б) . |
|  | а) , | б) . |
|  | а) ,**Домашнее задание:** Выполните задания | б)  |
|  | а) , | б) . |
|  | а) , | б) . |
|  | а) , | б) . |
|  | а) , | б) , |
|  | в) , | г) . |
|  | а) , | б) . |
|  | в) , | г) Преподаватель Науразова Л.А |