Дата: 30.01.2021г.

Группа: 20-ЭК-1д

Наименование дисциплины/МДК: Математика

Тема: Уравнения.

|  |
| --- |
| ax=b |

|  |
| --- |
| $$x=\frac{b}{a}$$ |

*

|  |
| --- |
| Уравнение - равенство с переменной! |

|  |
| --- |
| Корнем (или решением) уравнения называется значение пере­менной, при подстановке которого в уравнение получится истинное равенство |

|  |
| --- |
| Уравнение называется равносильным (<=>), если множества их решений равны. |

|  |
| --- |
| Еcли к обеим частям уравнения прибавить одно и то же число, то получится уравнение равносильное данному. |

Свойства: 1)

|  |
| --- |
| Если обе части уравнения умножить или разделить на одно и то же число, не равное нулю, то получится уравнение, <=> данному. |

 2)

**1. Решение квадратных уравнений**

Уравнение вида   ax² + bx + с = 0, с коэффициентами  a, b, c  и переменной  x, называется квадратным уравнением или уравнением второй степени.

Коэффициенты a, b, c  - любые действительные числа:
a – старший коэффициент, b – второй коэффициент, c – свободный член.

Если  a = 1, то уравнение называют приведённым, если  a ≠ 1,  то – неприведённым.

Если  b = 0  или/и  с = 0  то уравнение называют неполным.

Корнем квадратного уравнения вида  ax² + bx + с = 0  называют всякое значение переменной  х, при котором квадратный трехчлен  ax² + bx + с  обращается в 0.

Решить квадратное уравнение – значит, найти все его корни или установить, что действительных корней нет.

Если квадратное уравнение имеет действительные корни, то максимум их два.

 Алгоритм решения полного квадратного уравнения:

1) преобразовать уравнение второй степени к стандартному виду
ax² + bx + с = 0 (избавиться от дробей, раскрыть скобки, перенести все значения в левую часть);

2) вычислить корни по формулам:

 $D=b^{2}-4ac,$ (1)

 $x\_{1,2}=\frac{-b\pm \sqrt{D}}{2a}, $ (2)

$где$ a, b, c – коэффициенты;

 D – дискриминант;

 $x\_{1,2}$ – корни уравнения.

Если  D > 0, то уравнение имеет два действительных корня, если  D = 0, то уравнение имеет один действительный корень, если  D < 0, то уравнение не имеет действительных корней.

Пример 1. Решить уравнение *x*2 − 8*x* + 12 = 0.

Выпишем коэффициенты для уравнения и найдем дискриминант: a = 1, *b* = −8, *c* = 12;
*D* = (−8)2 − 4 · 1 · 12 = 64 − 48 = 16;

*D* > 0 ⇒ уравнение имеет два корня. Найдем их:



Ответ: 6; 2.

 Алгоритм решения неполного квадратного уравнения вида  ax² + bx = 0:

Квадратное уравнение вида  ax² + bx = 0  решается путём разложения на линейные множители  x(ax + b) = 0, приравнивания каждого множителя к нулю и решения совокупности двух уравнений  x = 0  и  ax + b = 0.

Пример 2. Решить уравнение $ 2x^{2}-4x=0.$

$2x^{2}-4x=0$

2x(x-2) =0

$\left[\begin{array}{c}2x=0\\x-2=0\end{array}\right.$

$\left[\begin{array}{c}x\_{1}=0\\x\_{2}=2\end{array}\right.$

Ответ: 0; 2.

Алгоритм решения неполного квадратного уравнения вида  ax² + c = 0:

1. преобразовать уравнение к виду:

$x^{2}=-\frac{c}{a}$ ;

 2) найти корни по формуле:

$x\_{1,2}=\pm \sqrt{\left(-\frac{c}{a}\right)}$ .

Пример 3. Решить уравнение $4x^{2}-25=0$.

$x^{2}=\frac{25}{4}$

$ x\_{1,2}=\pm \sqrt{\frac{25}{4}}$

$x\_{1}=2,5; x\_{2}=-2,5$

Ответ: -2,5; 2,5.

Решением неполного квадратного уравнения вида  ax² = 0 является один действительный корень  x = 0.

Решение квадратных уравнений с помощью теоремы Виета.

Теорема Виета: сумма корней приведённого квадратного уравнения равна второму коэффициенту, взятому с противоположным знаком, а произведение корней равно свободному члену.

Пусть $x\_{1} и x\_{2} корни уравнения ax^{2}+bx+c=0,$

где a=1, тогда$\left\{\begin{array}{c}x\_{1}+x\_{2}=-b\\x\_{1}∙x\_{2}=c\end{array}\right.$

Используя теорему Виета были выражены сумма и произведение корней произвольного квадратного уравнения.

Пусть $x\_{1} и x\_{2} корни уравнения ax^{2}+bx+c=0, тогда$

$\left\{\begin{array}{c}x\_{1}+x\_{2}=-\frac{b}{a}\\x\_{1}∙x\_{2}=\frac{c}{a}\end{array}\right.$

Примеры решения заданий с использованием теоремы Виета.

Пример 4. Решить уравнение  x² + 4x + 3 = 0.

По формулам теоремы Виета для приведённого квадратного уравнения подберём корни х = -3 и х = -1;

проверим: (-3)² + 4 \* (-3) + 3 = 0  и  (-1)² + 4 \* (-1) + 3 = 0.

Ответ: -3; -1.

Пример 5. Один из корней уравнения  5x² + bx + 24 = 0  равен 8. Найти другой корень и коэффициент b.

Составим и решим систему согласно сумме и произведению корней для любого квадратного уравнения:

$\left\{\begin{array}{c}8+x\_{2}=-\frac{b}{5}\\8∙x\_{2}=\frac{24}{5}\end{array}\right. \leftrightarrow \left\{\begin{array}{c}b=-40-5x\_{2}\\x\_{2}=\frac{3}{5}\end{array}\right. \leftrightarrow \left\{\begin{array}{c}b=-43\\x\_{2}=\frac{3}{5}\end{array}\right.$

Ответ: второй корень равен 3/5, коэффициент b равен -43.

Уравнения высших степеней, решение биквадратного уравнения.

Биквадратным уравнением называется уравнение вида  ax4 + bx² + с = 0. Решается такое уравнение заменой  x² = y  и  переходу к обычному квадратному уравнению.

Пример 6. Решить уравнение$ x^{4}-29x^{2}+100=0$.

$x^{4}-29x^{2}+100=0$

$x\_{2}=y$

$y^{2}-29y+100=0$

$D=441$

$y\_{1,2}=\frac{29\pm 21}{2}$

$\left[\begin{array}{c}y\_{1}=4\\y\_{2}=25\end{array}\right.$

Обратная замена:$\left[\begin{array}{c}x\_{1,2}=\pm 2\\x\_{3,4}=\pm 5\end{array}\right.$

Ответ: -2; -5; 2; 5.

**2. Решение дробно-рациональных уравнений**

Дробные уравнения, содержащие и в числителях, и в знаменателях многочлены с неизвестной, называются дробно-рациональными.

Алгоритм решения дробно-рациональных уравнений:

1) перенести все дроби и члены уравнения в левую часть;

2) привести левую часть уравнения к общему знаменателю;

3) разбить исходное уравнение на два: числитель приравнять к нулю, знаменатель поставить в условие неравенства нулю.

Пример 1. Найдите корень уравнения:



Отметим, что х не равен пяти (обращает знаменатель в ноль). Умножим обе части уравнения на (х – 5):



Сделаем проверку:



Ответ:  –13

Пример 2. Найдите корень уравнения:



Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите больший из них.

Сразу отметим, что х ≠ -18, так как при х = – 18 знаменатель обращается в ноль, а на ноль делить нельзя. Умножим обе части на (х+18):



Решаем квадратное уравнение:



Больший из них    – 4.

Сделаем проверку (проверяем оба корня):



Ответ: – 4

Пример 3. Найдите корень уравнения:



Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите больший из корней.

Умножим обе части на (7х + 11)(6х + 1), получим:



Сокращаем подобные члены, получим     – х2 – 15х – 50 = 0

Умножаем обе части на  –1:



Больший из корней  равен    – 5.

Проверка (проверяем оба корня):



Ответ: – 5

Пример 4. Найдите корень уравнения:

$\frac{3}{x^{2}+2}=\frac{1}{x}$

$\frac{-x^{2}+3x-2}{x(x^{2}+2)}=0$

$\left\{\begin{array}{c}-x^{2}+3x-2=0\\x(x^{2}+2)\ne 0\end{array}\right.$

$\left\{\begin{array}{c}x\_{1}=1;x\_{2}=2\\x\ne 0\end{array}\right.$

Ответ: 1; 2.

Пример 5. Найдите корень уравнения:

$\frac{3y-2}{y}-\frac{1}{y-2}=\frac{3y+4}{y^{2}-2y}$

$\frac{3y^{2}-12y}{y(y-2)}=0$

$\left\{\begin{array}{c}3y(y-4)=0\\y(y-2)\ne 0\end{array}\right.$

$\left\{\begin{array}{c}y=0;y=4\\y\ne 0;y\ne 2\end{array}\right.$

Ответ: 4.

Пример 6. Найдите корень уравнения:

$\frac{\left(2y+1\right)^{2}}{2y+3}=y+2$

$\left\{\begin{array}{c}\left(2y+1\right)^{2}=\left(2y+3\right)\left(y+2\right)\\y\ne 1,5\end{array}\right.$

$4y^{2}+4y+1=2y^{2}+3y+4y+6$

$4y^{2}+4y+1-2y^{2}-3y-4y-6=0$

$2y^{2}-3y-5=0$

$D=\left(-3\right)^{2}-4∙2∙\left(-5\right)=49$

$y\_{1,2}=\frac{-(-3)\pm \sqrt{49}}{2∙2}$

$y\_{1}=2,5;y\_{2}=-1 $

Ответ: -1; 2,5.

**Контрольные вопросы (тест или задания для самостоятельной работы):**

1.Что называется уравнением?

2.Перечислите свойства уравнений.

3. Что называется дробно-рациональным уравнением ?

4. Сколько решений имеет квадратное уравнение, если дискриминант равен нулю, больше нуля, меньше нуля?

5. Назовите теорему Виета?

Решить задания по учебнику Ш.А. Алимова № 1321, 1324-1326 (**четные)**

Преподаватель: М.У Чупанова