Дата: **22.12.2020**

Группа: **20-ПСО-2д**

Наименование дисциплины: **Математика**

Тема: **Геометрический смысл производной**

Прежде чем приступить к рассмотрению новой темы, давайте вспомним, что функция вида , где  и  – любые действительные числа, называется **линейной**. Графиком этой функции является прямая. Число  называют угловым коэффициентом прямой, а угол  – угол, который эта прямая образует с осью .

При этом если , то угол . В этом случае функция **возрастает**.

Если , то угол . В этом случае функция **убывает**.



Выясним геометрический смысл производной. Итак, на рисунке изображён график дифференцируемой функции . Пусть точки *А* и *М* принадлежат графику этой функции. Пусть *x* – абсцисса точки *А*, *x* + *h* – абсцисса точки *М*. Тогда  ордината точки *А*, а *f*(*x* + *h*) ордината точки *М*. Запишем координаты этих точек.

Теперь построим треугольник . Он прямоугольный.



Точка *C* имеет координаты . Из этого треугольника найдём угловой коэффициент  прямой . Этот коэффициент зависит от , то есть его можно рассматривать как функцию . Он равен .

 .

Тогда .

Пусть число  фиксировано, а . Тогда, посмотрев на рисунок и на координаты точек *А* и *М*, становится понятно, что точка *А* будет неподвижна, а точка *М*, двигаясь по графику, будет стремится к точке *А*, то есть будет всё ближе и ближе к ней. При этом прямая *АМ* будет стремиться занять положение прямой, которую называют касательной к графику функции , так как существует .

Итак, , то есть тангенсу угла между касательной и осью *Оx*.

Таким образом, **геометрический смысл производной** состоит в том, что значение производной функции  в точке *x* равно угловому коэффициенту касательной к графику в точке .

Давайте найдём угол между касательной к графику функции  в точке  и . Для этого найдём угловой коэффициент касательной к графику этой функции в точке . То есть найдём значение производной данной функции при .



Давайте найдём угол между касательной к параболе  в точке  и напишем уравнение этой касательной.



Теперь аналогичным образом выведем уравнение касательной к графику дифференцируемой функции  в точке .



Давайте найдём уравнение касательной к графику функции  в точке с абсциссой .



Здесь угол между касательной к графику функции и осью абсцисс, то есть .

Сейчас давайте с вами покажем, что касательная к параболе  в точке с абсциссой  пересекает ось  в точке .



Таким образом, мы показали, что касательная к параболе  в точке с абсциссой  пересекает ось  в точке .

Таким образом, можно сформулировать **геометрический способ построения касательной к параболе**  в точке  с абсциссой : прямая, проходящая через точку  и точку  оси абсцисс, касается параболы в точке .

А сейчас давайте выполним несколько заданий.

Задание первое. Найдите угловой коэффициент касательной к графику функции  в точке с абсциссой :

а) , ; б) , .

Решение.



Задание второе. Найдите угол между касательной к графику функции  в точке с абсциссой  и осью :

а) , ; б) , .

Решение.



Задание третье. Напишите уравнение касательной к графику функции  в точке с абсциссой :

а) , ; б) , .

Решение.



Контрольные вопросы

1) В чем состоит геометрический смысл производной?
2) В чем состоит механический смысл производной?

**Домашнее задание**

Стр.90. №91(2,4,6), №92(2,4,6,), стр. 92 №112.

Преподаватель Науразова Л.А