Дата: **07.12.2020**

Группа: **20-ПСО-2д**

Наименование дисциплины/ МДК: **Математика**

Тема: **Понятие о пределе последовательности**

Рассмотрим две числовые последовательности

(yn):1, 3, 5, 7, 9, 11,…,2n-1,…; (xn):1, ,

1 3 5 7 9 11 0   1

Заметим , что (yn) –расходится, а (xn)-сходится. У последовательности (xn) все её члены «сгущаются» около точки 0. В математике не используют слова «точка сгущения», а используют термин «предел последовательности».

Итак, Если последовательность сходится, то она имеет предел.

Определение: Окрестностью точки b называется промежуток, на котором точка b является внутренней.(r-радиус окрестности)

b-r b b+r

Определение1: Число b называется **пределом** последовательности (xn), если все члены этой последовательности, начиная с некоторого номера, находятся в окрестности точки b.

Пишут так:( читают: предел последовательности (xn) при стремлении n к бесконечности равен b).

-сокращение латинского слова limes, обозначающего «предел» (сравните слово «лимит»).

*Пояснение к определению*

Если число b-предел последовательности, то образно выражаясь, окрестность точки b- это «ловушка» для последовательности: начиная с некоторого номера n0 эта ловушка «заглатывает » xn0 и все последующие члены последовательности. Чем меньше выбирается окрестность, тем дольше «сопротивляется » последовательность, но потом всё равно попадает, в выбранную окрестность.

Пример. (xn):1, ,- последовательность сходится к 0.

  или 

**Теорема Вейерштрасса**. Если последовательность монотонна и ограничена, то она сходится.

Приведём пример из геометрии, в котором используется теорема Вейерштрасса. Возмём окружность и будем последовательно вписывать в неё правильные многоугольники: четырёхугольник, восьмиугольник, шестнадцатиугольник и т.д. Последовательность площадей этих правильных многоугольников возрастает и ограничена снизу числом 0, а сверху числом выражающим площадь описанного около окружности квадрата. Значит по т. Вейерштрасса последовательность сходится, её предел принимается за площадь круга.

**Теоремы о пределах**

1. Предел стационарной последовательности равен значению любого члена последовательности:



1. Постоянный множитель можно выносить за знак предела:



1. Предел суммы равен сумме пределов:



1. Предел произведения равен произведению пределов:



1. Предел частного равен частному пределов:

 , при условии что и (bn ) для любого n

1. Предел степени равен степени предела: где

**Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности.**

Последовательность( х n ) называется **бесконечно малой**, если её предел равен нулю,

.

(*Пример* , последовательность (xn):1, ,- бесконечно малая)

Последовательность( х n )называется **бесконечно большой**, если для любого положительного числа M , как бы велико оно ни было, существует такой номер N , что для всех ( х n ) с номерами n>N справедливо неравенство | х n | >M .

То есть, последовательность называется **бесконечно большой**, если её предел равен бесконечности,

.

(*Пример* , последовательность (zn):1,2,3,4,5,…,n,… бесконечно большая).

Заметим, что если последовательность (xn) является бесконечно малой (бесконечно большой), то  - бесконечно большая (бесконечно малая).

*Примеры*.  

**Сумма бесконечной геометрической прогрессии**

Рассмотрим бесконечную геометрическую прогрессию b1,b2,b3,…,bn,…

Пусть S1=b1,

S2=b1+b2,

S3=b1+b2+b3,

…………………….

Sn= b1+b2+b3+…+bn.

Получилась последовательность S1, S2, S3,…, Sn,… Как всякая последовательность она может сходится или расходится. Если последовательность Sn сходится к пределу S, то число S называют суммой геометрической прогрессии.

Пусть надо найти сумму n первых членов геометрической прогрессии: Sn= b1+b2+b3+…+bn.,то

.Рассмотрим случай, когда знаменатель q геометрической прогрессии удовлетворяет неравенству 

Наедём: .

Поэтому для 

**Закрепление изученного материала.**

*Примеры*

1.Вычислите пределы числовой последовательности.



2.Найдите сумму геометрической прогрессии (bn), если

 .

Решения и ответы:

№1 

№2 а) S=4,5 ; б)q=; S=64 ; в)-33,75.

**Самостоятельная работа.**

Тест.

1.Найдите сумму геометрической прогрессии 25, -5,1,…

1)30; 2) ; 3)125; 4)25.

2.Найдите сумму геометрической прогрессии если b1=-1; q=0,2.

1); 2) ; 3)0,8; 4)10.

3.Вычислите пределы числовых последовательностей:



1)6 ; 2) 2 ; 3)0 ; 4).



1)-2 ; 2)  ; 3)2 ; 4)6.



1)0; 2) ; 3)  ; 4) .

**Задание на дом:**

1.Найдите сумму геометрической прогрессии -16,8,-4,…;

2.Найдите сумму геометрической прогрессии если ;

3.Вычислите пределы числовых последовательностей:

;

;

.

Преподаватель Науразова Л.А