Дата: **20.01.2021**

Группа: **20-ПСО-1д**

Наименование дисциплины: **Математика**

Тема: **Формула Ньютона-Лейбница**

Для того чтобы научиться решать определённые интегралы необходимо

1)  Уметь находить неопределённые интегралы.

2)  Уметь вычислить определённый интеграл.

В общем виде определённый интеграл записывается так:



По сравнению с неопределённым интегралом прибавились пределы интегрирования.

Нижний предел интегрирования обозначается буквой  *а*.

Верхний предел интегрирования обозначается буквой  *b*.

Отрезок  [*a*; *b*]  называется отрезком интегрирования.

Определённый интеграл – это число. Решить определённый интеграл это значит найти число.

Находится определённый интеграл с помощью формулы Ньютона-Лейбница.



***Этапы решения определённого интеграла.***

1)  Сначала находим первообразную функцию

 *F*(*Х*)

(неопределённый интеграл). Константа  *С*  в определённом интеграле не добавляется.

Обозначение



является чисто техническим, и вертикальная палочка не несёт никакого математического смысла. Запись



нужна для подготовки применения формулы Ньютона-Лейбница.

2)  Подставляем значение верхнего предела в первообразную функцию

 *F*(*b*).

3)  Подставляем значение нижнего предела в первообразную функцию

 *F*(*а*).

4)  Находим разность (число)

 *F*(*b*) – *F*(*a*).

Определённый интеграл существует не всегда.

 **ПРИМЕР:**

 *Интеграла*

**

*не существует, поскольку отрезок интегрирования*

[–5; –2]

 *не входит в область определения подынтегральной функции*(*значения под квадратным корнем не могут быть отрицательными*).

 **ПРИМЕР:**

 *Интеграла*

**

*не существует, поскольку на отрезке интегрирования*  [–2; 3]  *тангенс терпит бесконечные разрывы в точках*

 *х* = –*π/*2,  *х* = *π/*2.

 ***Для того чтобы определённый интеграл существовал, достаточно чтобы подынтегральная функция была непрерывной на отрезке интегрирования.***

Поэтому перед тем, как приступить к решению любого определённого интеграла, нужно убедиться в том, что подынтегральная функция непрерывна на отрезке интегрирования.

Определённый интеграл может быть равен отрицательному числу или нулю.

Нижний предел интегрирования может быть больше верхнего предела интегрирования.

 **ПРИМЕР:**

****

*Интеграл вычисляется по формуле Ньютона-Лейбница.*

 ***Свойства определённого интеграла.***

1)  В определённом интеграле можно переставить верхний и нижний предел, сменив при этом знак.



**ПРИМЕР:**
 *В определённом интеграле*

**

*перед интегрированием целесообразно поменять пределы интегрирования на*<<*привычный*>>*порядок*:



*В таком виде интегрировать значительно удобнее*.

2)  Свойства линейности.



где   *k = const*.



Это справедливо не только для двух, но и для любого количества функций.

 **ПРИМЕР:**

 *Вычислить определённый интеграл*:



**РЕШЕНИЕ:**
 *Выносим константу за знак интеграла*:



*Интегрируем по таблице с помощью формулы*

**

*Используем формулу Ньютона-Лейбница.*

**

*Сначала подставляем в  х*3*верхний предел, зптем нижний предел. Проводим дальнейшие вычисления и получаем окончательный ответ.*

= 2*/*3 (23 – 13) = 2*/*3 (8 – 1) = 2*/*3 ∙ 7 = 14*/*3 = 42*/*3.

 **ПРИМЕР:**

 *Вычислить определённый интеграл*:



**РЕШЕНИЕ:**

****

**ПРИМЕР:**

*Вычислить определённый интеграл*:



**РЕШЕНИЕ:**

*Используем свойства линейности определённого интеграла.*

**

*Для каждого из трёх слагаемых применяем формулу Ньютона-Лейбница.*

**

**

Рассмотрим второй способ решения этого интеграла.

 **ПРИМЕР:**

 *Вычислить определённый интеграл*:



**РЕШЕНИЕ:**

****

*Сначала используем правило линейности и проинтегрируем по таблице*. *Получается одна скобка с отчёркиванием пределов*.



*В первообразную функцию сначала подставим  4, затем  –2. А затем найдём разность.*

**

Перед тем, как использовать формулу Ньютона-Лейбница, полезно провести проверку и убедиться, что первообразная функция найдена правильно.Так, применительно к рассматриваемому примеру, перед тем, как в первообразную функцию



подставлять верхний и нижний пределы, необходимо проверить правильно или нет, найден неопределённый интеграл. Дифференцируем:



Получена исходная подынтегральная функция, значит, неопределённый интеграл найден верно.

**ПРИМЕР:**

*Вычислить определённый интеграл*:



**РЕШЕНИЕ:**

****

**Домашнее задание**

Вычислить интеграл:

1



2



 3



 4



5



 6



 7



8



9



10



Преподаватель Науразова Л.А