Дата: 08.12.2020г.

Группа: 19-СЗС-1д

Наименование дисциплины/МДК: Математика

Тема: Приложения определенного интеграла

Применение определенного интеграла не ограничивается вычислением площади фигуры.

Определенный интеграл помогает решать ряд физических и общетехнических задач, поэтому знания, полученные вами на этом уроке, помогут в вашей дальнейшей учебе и практической деятельности.

Последовательность изложения материала

1. Задача о вычислении пути.
2. Задача о вычислении работы переменной силы.
3. Задача о силе давления жидкости.
4. Задача о вычислении пути

Согласно физическому смыслу первой производной, производная функции в точке есть мгновенная скорость точки, т.е. . Отсюда, . Интегрируя полученное равенство в пределах от t1 до t2 получаем



Тогда путь, пройденный точкой при неравномерном движении по прямой с переменной скоростью υ(е) за отрезок времени []выражается интегралом

 S=υ(t)dt. (1)

Пример 1. Скорость прямолинейного движения тела выражается формулой υ = 2t+3t(м/с). Найти путь, пройденный телом за 5 секунд от начала движения.

 Решение.

 S=2t+3t)dt = (t)=150(м).

Пример 2. Два тела начали двигаться одновременно из одной точки в одном направлении по прямой. Первое тело движется со скоростью v=(6t+2t)м/с, второе – со скоростью v=(4t+5) м/с. На каком расстоянии друг от друга они окажутся через 5с?

 Решение. Искомая величина есть разность расстояний, пройденных телами за 5 с.

S=6 t+2t)dt = (2t)=275(м)

S=4 t+5)dt = (2t)=75(м)

Таким образом, S=S-S= 275-75=200 (м).

1. Задача о вычислении работы переменной силы

Пусть материальная точка под действием силы F движется по прямой. Если действующая сила постоянна, а пройденный путь равен s, то как известно из курса физики, работа А этой F вычисляется по формуле:

А= F\*s

Работу переменной силы f(x) при перемещении по оси Оx материальной точки от x=a до x=b, находим по формуле (3):

 A= (3)

Решение задач на вычисление работы силы упругости, связанных с растяжением и сжатием пружин, основывается на законе Гука. По закону Гука сила F, растягивающая или сжимающая пружину, пропорциональная этому растяжению или сжатию, т.е. F=kx, где x – величина растяжения или сжатия, k – коэффициент пропорциональности.

 **Пример**. Сила упругости F пружины, растянутой на 1 =0,05м, равна 3H. Какую работу надо произвести, чтобы растянуть пружину на 1 = 0,1м?

Решение

1. Определим коэффициент пропорциональности k.

Подставим формулу (2\*) F=3 H, x = 0,05 м:

3=k\*0,0,5, т.е. k=60, следовательно, F=60x=f(x).

1. Подставив F=60x в формулу (3), найдем значение работы переменной силы, полагая, что а=0; b=0,1:

A==0,3Дж

Ответ. А = 0,3Дж.

1. Задача о силе давления жидкости

Согласно закону Паскаля величина P давления жидкости на горизонтальную площадку вычисляется по формуле P=gphS, (4)

 Где g – ускорение свободного падения в м/с;

 p– плотность жидкости в кг/м;

 h – глубина погружения площадки в м;

 S – площадь площадки в м.

По этой формуле нельзя искать давление жидкости на вертикально погруженную пластинку, так как ее разные точки лежат на разных глубинах.

Пусть в жидкость погружена вертикально пластина, ограниченная линиями х = а, х = b, у1 = f1(x) и у2=ƒ2(х); система координат выбрана так, как указано на рисунке 1.



рисунок 1

Для решения задачи разобьем пластину на n частей (малых горизонтальных полосок) прямыми, параллельными поверхности жидкости (т.е. параллельными оси OY). На глубине х выделим одну из них и обозначим через f(x) ее длину, а через  ее ширину. Приняв полоску за прямоугольник, находим ее площадь .



Найдем дифференциал dp этой функции.



Тогда по закону Паскаля

Интегрируя полученное равенство в пределах от х = а до х = b, получим

P=g (5)

**Пример.**

Аквариум имеет форму прямоугольного параллелепипеда. Найдем силу давления воды (плотность воды 1000 кг/м), наполняющей аквариум, на одну из его вертикальных стенок, размеры которой 0,4мx0,7м.

Решение

1. Стенка имеет форму прямоугольника, поэтому f(x)=0.7x, где x∈[0;0,4], поэтому пределы интегрирования а=0 и b=0,4.
2. Для нахождения силы давления воды на стену воспользуемся формулой (5).

P=g=56g≈549H

g=9,8 м/с ускорение свободного падения.

**Контрольные вопросы:**

Самостоятельно решите задачи:

1. Скорость прямолинейного движения тела выражается формулой υ=9t2-2t-8 (м/с). Найти путь, пройденный телом за 3 секунды от начала движения.

2. Два тела начали двигаться одновременно из одной точки в одном направлении по прямой. Первое тело движется со скоростью v=(2t+4t)м/с м/с, второе – со скоростью v=(3t+2)м/м/с. На каком расстоянии друг от друга они окажутся через 10 с?

3. Сила упругости F пружины, растянутой на 1 =0,02м, равна 2H. Какую работу надо произвести, чтобы растянуть пружину на 1 = 0,05м?

4. Вычислить работу, совершенную при сжатии пружины на 0,06 м, если для ее сжатия на 0,01 нужна сила 10 Н.

Таблица 1

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| № п/п | Физическая величина | Формула | Единицы измерения |
| 1 | Путь, пройденный точкой с переменной скоростью υ(t) за отрезок времени [t,t ] |  S=υ(t)dt  | t,t  - с;υ(t) – м/с;S – м. |
| 2 | Работа переменной силы f(x) на пути от точки a до точки b | A= | f(x) – H;a; b – м;A – Дж. |
| 3 | Сила давления жидкости на вертикальную пластину | P=g | g=9,8 м/с;p – кг/м;a; b – м;р – Н. |

Преподаватель Х.Ш. Сулиманова