Дата: **21.12.2020**

Группа: **20-ПСО-1д**

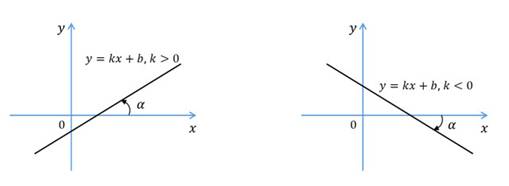
Наименование дисциплины: **Математика**

Тема: **Геометрический смысл производной**

Прежде чем приступить к рассмотрению новой темы, давайте вспомним, что функция вида https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra11fgos/10-geometricheskij-smysl-proizvodnoj.files/image001.png, где https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra11fgos/10-geometricheskij-smysl-proizvodnoj.files/image002.png и https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra11fgos/10-geometricheskij-smysl-proizvodnoj.files/image003.png – любые действительные числа, называется **линейной**. Графиком этой функции является прямая. Число https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra11fgos/10-geometricheskij-smysl-proizvodnoj.files/image004.png называют угловым коэффициентом прямой, а угол https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra11fgos/10-geometricheskij-smysl-proizvodnoj.files/image005.png – угол, который эта прямая образует с осью https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra11fgos/10-geometricheskij-smysl-proizvodnoj.files/image006.png.

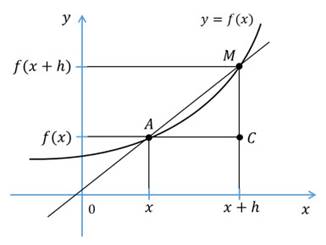
При этом если https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra11fgos/10-geometricheskij-smysl-proizvodnoj.files/image007.png, то угол https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra11fgos/10-geometricheskij-smysl-proizvodnoj.files/image008.png. В этом случае функция **возрастает**.

Если https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra11fgos/10-geometricheskij-smysl-proizvodnoj.files/image009.png, то угол https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra11fgos/10-geometricheskij-smysl-proizvodnoj.files/image010.png. В этом случае функция **убывает**.



Выясним геометрический смысл производной. Итак, на рисунке изображён график дифференцируемой функции https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra11fgos/10-geometricheskij-smysl-proizvodnoj.files/image012.png. Пусть точки *А* и *М* принадлежат графику этой функции. Пусть *x* – абсцисса точки *А*, *x* + *h* – абсцисса точки *М*. Тогда https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra11fgos/10-geometricheskij-smysl-proizvodnoj.files/image012.png ордината точки *А*, а *f*(*x* + *h*) ордината точки *М*. Запишем координаты этих точек.

Теперь построим треугольник https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra11fgos/10-geometricheskij-smysl-proizvodnoj.files/image013.png. Он прямоугольный.



Точка *C* имеет координаты https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra11fgos/10-geometricheskij-smysl-proizvodnoj.files/image015.png. Из этого треугольника найдём угловой коэффициент https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra11fgos/10-geometricheskij-smysl-proizvodnoj.files/image002.png прямой https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra11fgos/10-geometricheskij-smysl-proizvodnoj.files/image016.png. Этот коэффициент зависит от https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra11fgos/10-geometricheskij-smysl-proizvodnoj.files/image017.png, то есть его можно рассматривать как функцию https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra11fgos/10-geometricheskij-smysl-proizvodnoj.files/image018.png. Он равен https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra11fgos/10-geometricheskij-smysl-proizvodnoj.files/image019.png.

https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra11fgos/10-geometricheskij-smysl-proizvodnoj.files/image020.png https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra11fgos/10-geometricheskij-smysl-proizvodnoj.files/image021.png.

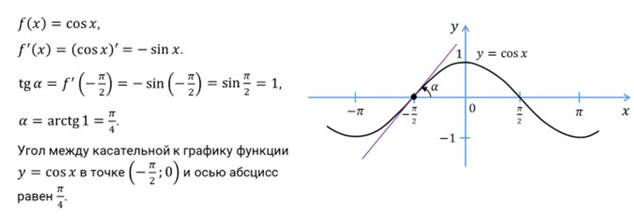
Тогда https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra11fgos/10-geometricheskij-smysl-proizvodnoj.files/image022.png.

Пусть число https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra11fgos/10-geometricheskij-smysl-proizvodnoj.files/image023.png фиксировано, а https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra11fgos/10-geometricheskij-smysl-proizvodnoj.files/image024.png. Тогда, посмотрев на рисунок и на координаты точек *А* и *М*, становится понятно, что точка *А* будет неподвижна, а точка *М*, двигаясь по графику, будет стремится к точке *А*, то есть будет всё ближе и ближе к ней. При этом прямая *АМ* будет стремиться занять положение прямой, которую называют касательной к графику функции https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra11fgos/10-geometricheskij-smysl-proizvodnoj.files/image025.png, так как существует https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra11fgos/10-geometricheskij-smysl-proizvodnoj.files/image026.png.

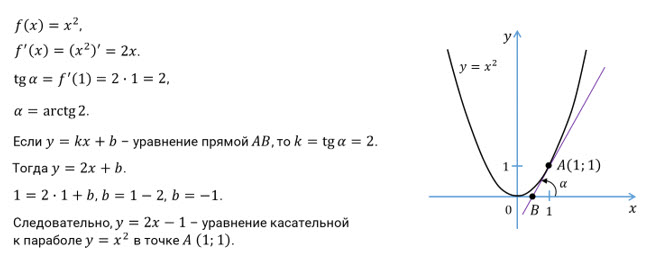
Итак, https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra11fgos/10-geometricheskij-smysl-proizvodnoj.files/image027.png, то есть тангенсу угла между касательной и осью *Оx*.

Таким образом, **геометрический смысл производной** состоит в том, что значение производной функции https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra11fgos/10-geometricheskij-smysl-proizvodnoj.files/image012.png в точке *x* равно угловому коэффициенту касательной к графику в точке https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra11fgos/10-geometricheskij-smysl-proizvodnoj.files/image028.png.

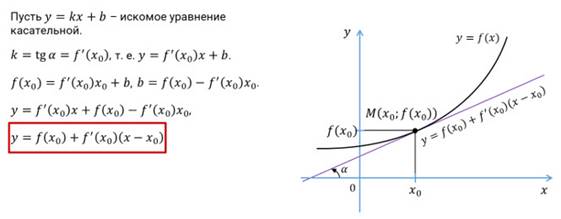
Давайте найдём угол между касательной к графику функции https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra11fgos/10-geometricheskij-smysl-proizvodnoj.files/image029.png в точке https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra11fgos/10-geometricheskij-smysl-proizvodnoj.files/image030.png и https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra11fgos/10-geometricheskij-smysl-proizvodnoj.files/image006.png. Для этого найдём угловой коэффициент касательной к графику этой функции в точке https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra11fgos/10-geometricheskij-smysl-proizvodnoj.files/image030.png. То есть найдём значение производной данной функции при https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra11fgos/10-geometricheskij-smysl-proizvodnoj.files/image031.png.



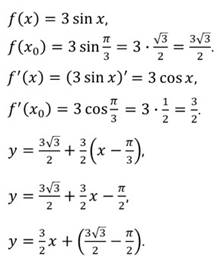
Давайте найдём угол между касательной к параболе https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra11fgos/10-geometricheskij-smysl-proizvodnoj.files/image033.png в точке https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra11fgos/10-geometricheskij-smysl-proizvodnoj.files/image034.png и напишем уравнение этой касательной.



Теперь аналогичным образом выведем уравнение касательной к графику дифференцируемой функции https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra11fgos/10-geometricheskij-smysl-proizvodnoj.files/image036.png в точке https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra11fgos/10-geometricheskij-smysl-proizvodnoj.files/image037.png.

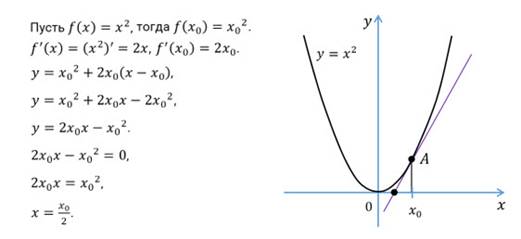


Давайте найдём уравнение касательной к графику функции https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra11fgos/10-geometricheskij-smysl-proizvodnoj.files/image039.png в точке с абсциссой https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra11fgos/10-geometricheskij-smysl-proizvodnoj.files/image040.png.



Здесь угол между касательной к графику функции и осью абсцисс, то есть https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra11fgos/10-geometricheskij-smysl-proizvodnoj.files/image042.png.

Сейчас давайте с вами покажем, что касательная к параболе https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra11fgos/10-geometricheskij-smysl-proizvodnoj.files/image033.png в точке с абсциссой https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra11fgos/10-geometricheskij-smysl-proizvodnoj.files/image043.png пересекает ось https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra11fgos/10-geometricheskij-smysl-proizvodnoj.files/image006.png в точке https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra11fgos/10-geometricheskij-smysl-proizvodnoj.files/image044.png.



Таким образом, мы показали, что касательная к параболе https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra11fgos/10-geometricheskij-smysl-proizvodnoj.files/image033.png в точке с абсциссой https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra11fgos/10-geometricheskij-smysl-proizvodnoj.files/image043.png пересекает ось https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra11fgos/10-geometricheskij-smysl-proizvodnoj.files/image006.png в точке https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra11fgos/10-geometricheskij-smysl-proizvodnoj.files/image044.png.

Таким образом, можно сформулировать **геометрический способ построения касательной к параболе** https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra11fgos/10-geometricheskij-smysl-proizvodnoj.files/image033.png в точке https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra11fgos/10-geometricheskij-smysl-proizvodnoj.files/image046.png с абсциссой https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra11fgos/10-geometricheskij-smysl-proizvodnoj.files/image043.png: прямая, проходящая через точку https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra11fgos/10-geometricheskij-smysl-proizvodnoj.files/image046.png и точку https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra11fgos/10-geometricheskij-smysl-proizvodnoj.files/image044.png оси абсцисс, касается параболы в точке https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra11fgos/10-geometricheskij-smysl-proizvodnoj.files/image046.png.

А сейчас давайте выполним несколько заданий.

Задание первое. Найдите угловой коэффициент касательной к графику функции https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra11fgos/10-geometricheskij-smysl-proizvodnoj.files/image025.png в точке с абсциссой https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra11fgos/10-geometricheskij-smysl-proizvodnoj.files/image043.png:

а) https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra11fgos/10-geometricheskij-smysl-proizvodnoj.files/image047.png, https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra11fgos/10-geometricheskij-smysl-proizvodnoj.files/image048.png; б) https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra11fgos/10-geometricheskij-smysl-proizvodnoj.files/image049.png, https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra11fgos/10-geometricheskij-smysl-proizvodnoj.files/image050.png.

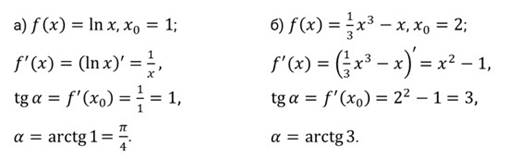
Решение.



Задание второе. Найдите угол между касательной к графику функции https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra11fgos/10-geometricheskij-smysl-proizvodnoj.files/image025.png в точке с абсциссой https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra11fgos/10-geometricheskij-smysl-proizvodnoj.files/image043.png и осью https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra11fgos/10-geometricheskij-smysl-proizvodnoj.files/image006.png:

а) https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra11fgos/10-geometricheskij-smysl-proizvodnoj.files/image052.png, https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra11fgos/10-geometricheskij-smysl-proizvodnoj.files/image050.png; б) https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra11fgos/10-geometricheskij-smysl-proizvodnoj.files/image053.png, https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra11fgos/10-geometricheskij-smysl-proizvodnoj.files/image054.png.

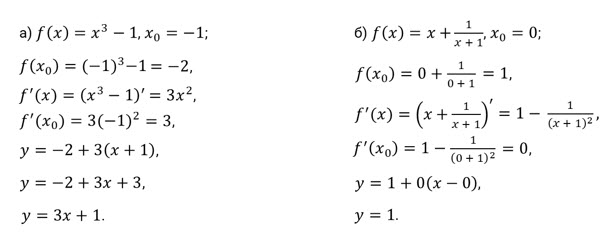
Решение.



Задание третье. Напишите уравнение касательной к графику функции https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra11fgos/10-geometricheskij-smysl-proizvodnoj.files/image025.png в точке с абсциссой https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra11fgos/10-geometricheskij-smysl-proizvodnoj.files/image043.png:

а) https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra11fgos/10-geometricheskij-smysl-proizvodnoj.files/image056.png, https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra11fgos/10-geometricheskij-smysl-proizvodnoj.files/image057.png; б) https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra11fgos/10-geometricheskij-smysl-proizvodnoj.files/image058.png, https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra11fgos/10-geometricheskij-smysl-proizvodnoj.files/image059.png.

Решение.



Контрольные вопросы

1) В чем состоит геометрический смысл производной?  
2) В чем состоит механический смысл производной?

**Домашнее задание**

Стр.90. №91(2,4,6), №92(2,4,6,), стр. 92 №112.

Преподаватель Науразова Л.А