Дата: 16.12.2020г.

Группа: 19-ТО-1д

Наименование дисциплины/МДК: Математика

Тема: Математическое ожидание и дисперсия

Одна из самых важных числовых характеристик случайной величины есть **математическое ожидание.**

Если известна дискретная случайная величина , закон распределения которой имеет вид

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Значения  |  |  | … |  |
| Вероятности  |  |  | … |  |

то ***математическим ожиданием*** (или средним значением) дискретной величины  называется число

.

Таким образом, математическое ожидание дискретной случайной величины  равно **сумме произведений** возможных значений этой величины на их вероятности.

**Пример 1**. Найти математическое ожидание случайной величины , зная закон ее распределения

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 |
|  | 0,2 | 0,1 | 0,25 | 0,15 | 0,3 |

Решение.

.

**Свойства математического ожидания.**

1. Постоянный множитель можно выносить за знак математического ожидания:



1. Математическое ожидание постоянной величины *С* равно самой этой величине:



1. Математическое ожидание суммы двух случайных величин равно сумме их математических ожиданий:

.

1. Математическое ожидание произведения независимых случайных величин равно произведению математических ожиданий этих величин:

.

 ***Среднее квадратичное отклонение и дисперсия случайной величины.***

**Пример 2.** Найдем математическое ожидание случайных величин  и , зная законы их распределения

1)

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | -8 | -4 | -1 | 1 | 3 | 7 |
|  |  |  |  |  |  |  |

2)

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 |
|  |  |  |  |  |  |  |

Решение:

,

.

Получили любопытный результат: законы распределения величин и разные, а их математические ожидания одинаковы.

a)

б)

Из рисунка *б* видно, что значение величины более сосредоточены около математического ожидания , чем значения величины , которые разбросаны (рассеяны) относительно ее математического ожидания (рисунок *а*).

Основной числовой характеристикой степени рассеяния значений случайной величины  относительно ее математического ожидания является дисперсия, которая обозначается через .

**Определение.** ***Отклонением*** называется разность между случайной величиной и ее математическим ожиданием , т.е. .

Отклонениеи его квадрат также являются случайными величинами.

**Определение.** ***Дисперсией дискретной*** случайной величины называется математическое ожидание квадрата ее отклонения:

.

Свойства дисперсии.

1. Дисперсия постоянной величины *С* равна 0:

.

1. Если - случайная величина, а *С* – постоянная, то



.

1. Если  и - независимые случайные величины, то

.

Для вычисления дисперсий более удобной является формула

**.**

**Пример 3.** Дискретная случайная величина распределена по закону:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | -1 | 0 | 1 | 2 |
|  | 0,2 | 0,1 | 0,3 | 0,4 |

Найти .

Решение. Сначала находим .

,

а затем .

.

По формуле  имеем

.

***Средним квадратичным отклонением случайной величины*** называется корень квадратный из ее дисперсии:

.

**Контрольные вопросы (тест или задания для самостоятельной работы):**

1. Составить закон распределения числа попаданий в цель при шести выстрелах, если вероятность попадания при одном выстреле равна 0,4.
2. Вероятность того, что студент найдет в библиотеке нужную ему книгу, равна 0,3. Составить закон распределения числа библиотек, которые он посетит, если в городе четыре библиотеки.
3. Охотник стреляет по дичи до первого попадания, но успевает делать не более четырех выстрелов. Найти дисперсию числа промахов, если вероятность попадания в цель при одном выстреле равна 0,7.
4. Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины X, если закон ее распределения задан таблицей:

Найти М(Х) и D(Х)

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Х | 1 | 2 | 3 | 4 |
| р | 0,3 | 0,1 | 0,2 | 0,4 |

1. На заводе работают четыре автоматические линии. Вероятность того, что в течении рабочей смены первая линия не потребует регулировки, равна 0,9, вторая – 0,8, третья – 0,75, четвертая – 0,7. найти математическое ожидание числа линий, которые в течение рабочей смены не потребуют регулировки.
2. Найти дисперсию и математическое ожидание случайной величины Х, зная закон ее распределения:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Х | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
| р | 0,2 | 0,4 | 0,3 | 0,08 | 0,02 |

Преподаватель Х.Ш. Сулиманова