Дата: 23.12.2020г.

Группа: 20-ЭК-1д

Наименование дисциплины/МДК: Математика

Тема: Возрастание и убывание функции.

С помощью производной можно находить промежутки монотонности функции. Условимся термин «промежуток» использовать для обозначения таких числовых множеств, как отрезок [a;b], интервал (a;b), полуинтервалы [a;b) и (a;b].

При этом точки a и b называют граничными точками, а все остальные точки интервала (a;b)-внутренними точками промежутка.

Функция f(x) называется возрастающей на некотором промежутке, если большему значению аргумента соответствует большее значение функции, т.е. для любых точек x1 и x2 из этого промежутка, таких, что x2>x1, выполняется неравенство f(x2)>f(x1).

Если для любых точек х1 и х2 данного промежутка, таких, что х2>x1, выполняется неравенство f(x2)<f(x1), то функция f(x) называется убывающей на этом промежутке.

Промежутки возрастания и убывания функции называются промежутками монотонности этой функции.

Пусть функция f(x) непрерывна на отрезке [a;b] и дифференцируема на интервале (a;b). Тогда если f'(x)>0 для всех xϵ(a;b), то функция f(x) возрастает на отрезке [a;b], а если f'(x)<0, то она убывает на этом отрезке. (Слайд 4)

Применяя определение возрастающей (убывающей) функции трудно найти промежутки монотонности, поэтому мы будем изучать признаки монотонности функции, использующие понятие производной.

При доказательстве теорем о достаточных условиях возрастания или убывания функции используется следующая теорема, которая называется теоремой Лагранжа.

Пусть функция f(x) непрерывна на отрезке [a;b] и дифференцируема на интервале (a;b). Тогда существует точка, такая cϵ(a;b), что f(b)-f(a)=f '(c)(b-a).

f(b)-f(a)=f '(c)(b-a).(1)

Эта теорема доказывается в курсе высшей математик. Поясним геометрический смысл формулы (1). Проведем прямую l (рис.56 из учебника) через точки A(a, f(a)) и B(b, f(b)) графика функции y=f(x) и назовем эту прямую секущей. Угловой коэффициент k секущей l равен

Конспект урока на тему: Возрастание и убывание функции (11 класс)

Равенство (1) можно записать в виде

Конспект урока на тему: Возрастание и убывание функции (11 класс)

Из равенства (2) и (3) следует, что угловой коэффициент Конспект урока на тему: Возрастание и убывание функции (11 класс) касательной к графику функции y=f(x) в точке C с абсциссой c равен угловому коэффициенту k секущей l.

Таким образом, на интервале (a;b) найдется такая точка c, что касательная к графику функции y=f(x) в точке C(c; f(c)) параллельна секущей l.

Алгоритм нахождения промежутков возрастания и убывания:

1. Находим производную функции.
2. Находим, при каком значении х, производная функции равна нулю.
3. Находим промежутки, на которые найденная точка разбивает ось Ох, и находим значение производной функции в какой - нибудь точке каждого из интервалов.
4. Находим промежутки возрастания и убывания функции.

Пример. Давайте рассмотрим функцию f(x)=2х2+4х-4.

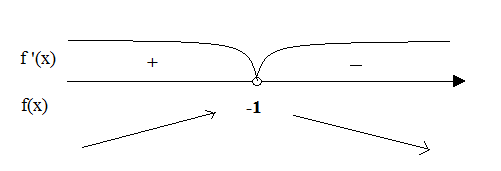
Сначала находим производную этой функции.

f '(x)= (2х2+4х-4)'=4x+4.

Затем производную f '(x) приравниваем к нулю и находим значение х.

f '(x)=0, т.е. 4х+4=0; х=-1.

После этого отмечаем значение х на числовой оси и выясняем какие знаки будут на интервалах.



Делаем вывод: т.к. f '(x)>0 на интервале (-∞;-1), то функция f(x) - возрастает;

а на интервале (-1; +∞) функция f(x) -убывает, т.к. f '(x)<0.

Промежутки возрастания и убывания функции называются промежутками монотонности этой функции.

При доказательстве теорем о достаточных условиях возрастания или убывания функции используется следующая теорема, которая называется теоремой Лагранжа.

Пусть функция f(x) непрерывна на отрезке [a;b] и дифференцируема на интервале (a;b). Тогда существует точка, такая cϵ(a;b), что f(b)-f(a)=f'(c)(b-a).

Пусть функция f(x) непрерывна на отрезке [a;b] и дифференцируема на интервале (a;b). Тогда если f'(x)>0 для всех xϵ(a;b), то функция f(x) возрастает на отрезке [a;b], а если f'(x)<0, то она убывает на этом отрезке.

**Примеры и разбор решения заданий тренировочного модуля**

**№1. Определите промежутки монотонности функции**

**у = -3х3 + 4х2 + х – 10.**

**Решение**

1.Найдем область определения функции.

D(y) = https://resh.edu.ru/uploads/lesson_extract/3966/20190730120519/OEBPS/objects/c_matan_11_15_1/a2779a00-b9c0-4ff1-a393-05e7a4a40d4a.png

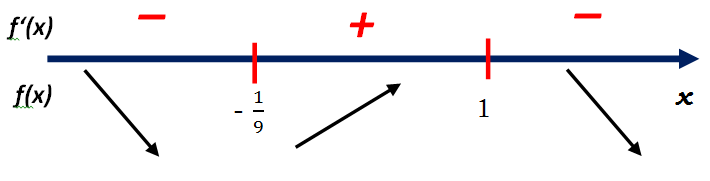
2.Найдем производную функции.

https://resh.edu.ru/uploads/lesson_extract/3966/20190730120519/OEBPS/objects/c_matan_11_15_1/87d717b9-cb83-45d4-817a-187a15daefdc.png

y’ = (x – 1)(-9x – 1)

3.Определим, на каких промежутках производная положительна (на этих промежутках функция возрастает), на каких – отрицательна (на этих промежутках функция убывает).

Применим для этого метод интервалов. Для определения знака на каждом промежутке подставим произвольное значение из этого промежутка в выражение для производной.



Так как на интервале https://resh.edu.ru/uploads/lesson_extract/3966/20190730120519/OEBPS/objects/c_matan_11_15_1/b6787649-9064-47b1-ac02-0c87f08d872c.png производная функции отрицательна, то на этом интервале функция убывает.

Так как на интервале https://resh.edu.ru/uploads/lesson_extract/3966/20190730120519/OEBPS/objects/c_matan_11_15_1/442e039c-1a9f-4f32-99e9-241aa854f838.png производная функции положительна, то на этом интервале функция возрастает.

Так как на интервале https://resh.edu.ru/uploads/lesson_extract/3966/20190730120519/OEBPS/objects/c_matan_11_15_1/b8043f1e-4117-495d-8945-f162c511fba8.png производная функции отрицательна, то на этом интервале функция убывает.

Так как в точках https://resh.edu.ru/uploads/lesson_extract/3966/20190730120519/OEBPS/objects/c_matan_11_15_1/2c1838d5-1fa1-43de-b694-358108c0a9f6.png функция непрерывна, то эти точки входят в промежутки возрастания и убывания данной функции.

Следовательно, функция возрастает на https://resh.edu.ru/uploads/lesson_extract/3966/20190730120519/OEBPS/objects/c_matan_11_15_1/62013e92-8f05-473a-ae9f-d2fdaa4d5655.png; функция убывает на https://resh.edu.ru/uploads/lesson_extract/3966/20190730120519/OEBPS/objects/c_matan_11_15_1/d3972954-226d-48de-96eb-36fec09e0955.png и на https://resh.edu.ru/uploads/lesson_extract/3966/20190730120519/OEBPS/objects/c_matan_11_15_1/ce576bec-839c-4120-817d-23e100a81582.png.

Ответ: Функция возрастает на https://resh.edu.ru/uploads/lesson_extract/3966/20190730120519/OEBPS/objects/c_matan_11_15_1/504f4bd9-ac9e-40ec-a6d7-30c01d77e6d3.png

Функция убывает на https://resh.edu.ru/uploads/lesson_extract/3966/20190730120519/OEBPS/objects/c_matan_11_15_1/9deb0f95-8338-4651-8654-5858cde4de00.png и на https://resh.edu.ru/uploads/lesson_extract/3966/20190730120519/OEBPS/objects/c_matan_11_15_1/ec734480-da72-4947-aff5-a5905328c75b.png.

**№2.** Определите промежутки монотонности функции

у = х5–5х4 +5х3 – 4.

Решение:

1. https://resh.edu.ru/uploads/lesson_extract/3966/20190730120519/OEBPS/objects/c_matan_11_15_1/c58d8897-0c28-48bc-8f70-581d054ba4c5.png
2. https://resh.edu.ru/uploads/lesson_extract/3966/20190730120519/OEBPS/objects/c_matan_11_15_1/62628cd3-4472-46d2-bfb5-a95e74eacec5.png

y**'** =https://resh.edu.ru/uploads/lesson_extract/3966/20190730120519/OEBPS/objects/c_matan_11_15_1/12e3d094-5fee-4569-b81e-f9ea3273ce11.png

1. Функция возрастает на https://resh.edu.ru/uploads/lesson_extract/3966/20190730120519/OEBPS/objects/c_matan_11_15_1/8b7092dc-19f7-4239-9831-cee511517074.png; функция убывает на https://resh.edu.ru/uploads/lesson_extract/3966/20190730120519/OEBPS/objects/c_matan_11_15_1/c7bf0f6b-3db7-4733-a4a5-c7cb2a224b7a.png.

Ответ: Функция возрастает на https://resh.edu.ru/uploads/lesson_extract/3966/20190730120519/OEBPS/objects/c_matan_11_15_1/b84e0805-18ea-4875-96dd-497cf314faae.png;

функция убывает на https://resh.edu.ru/uploads/lesson_extract/3966/20190730120519/OEBPS/objects/c_matan_11_15_1/01eefe54-bef3-4d43-a1e7-246e0621a128.png.

**Контрольные вопросы (тест или задания для самостоятельной работы):**

№ 900 (1,3,5,7)

Преподаватель : М.У. Чупанова